

UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO ESCOLA POLITÉCNICA  
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA

**COLETA DE ENERGIA A PARTIR DE VIBRAÇÕES INDUZIDAS PELA  
EMISSÃO DE VÓRTICES: MODELAGEM MATEMÁTICA E PROJETO  
CONCEITUAL DE UM DISPOSITIVO**

Lucas Oliveira Bunzel

São Paulo  
2017

UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO ESCOLA POLITÉCNICA  
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA

**COLETA DE ENERGIA A PARTIR DE VIBRAÇÕES INDUZIDAS PELA  
EMISSÃO DE VÓRTICES: MODELAGEM MATEMÁTICA E PROJETO  
CONCEITUAL DE UM DISPOSITIVO**

Trabalho de formatura apresentado à Escola  
Politécnica da Universidade de São Paulo para  
obtenção do título de Graduação de Engenharia

Lucas Oliveira Bunzel

Orientador: Prof. Dr. Guilherme R. Franzini

São Paulo  
2017

## Catalogação-na-publicação

Bunzel, Lucas Oliveira

Coleta de energia a partir de vibrações induzidas pela emissão de vórtices:  
modelagem matemática e projeto conceitual de um dispositivo / L. O. Bunzel  
- São Paulo,  
2017. 60 p.

Trabalho de Formatura - Escola Politécnica da Universidade de  
São Paulo. Departamento de Engenharia Mecânica.

1. Interação fluido-estrutura 2. Vibrações 3. Piezoelectricidade  
4. Eletromagnetismo I. Universidade de São Paulo. Escola  
Politécnica. Departamento de Engenharia Mecânica II.t.

## **AGRADECIMENTOS**

Agradeço aos meus pais, Helena e Bruno, pelo imenso apoio, carinho e fundamental incentivo que recebi durante todo o curso e toda minha vida. Aos demais familiares que vibraram junto comigo a cada pequena conquista. À Ana, por todo carinho e incentivo nos momentos mais difíceis. Ao meu Orientador Guilherme, pelo imensurável apoio não só durante o desenvolvimento deste trabalho, como também durante toda minha graduação. Aos amigos com os quais pude contar para passar pelos desafios do curso. A todos os professores que me ajudaram de alguma forma a chegar ao final da graduação. À Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo, pela bolsa de Iniciação Científica concedida, que me permitiu iniciar as pesquisas acerca do tema do presente trabalho.

## RESUMO

Este trabalho apresenta uma investigação numérica acerca da coleta de energia de um cilindro rígido suportado por base elástica sujeito a vibrações induzidas por vórtices (VIV). Acoplamentos piezoelétrico e magnético são considerados na investigação como meios de transformação da energia cinética em energia elétrica. Equações diferenciais são utilizadas para modelar matematicamente as forças hidrodinâmicas, o comportamento do material piezoelétrico, os efeitos do sistema eletromagnético e a dinâmica estrutural.

São estudados o comportamento da amplitude de oscilação do cilindro e o rendimento da coleta de energia para duas situações: cilindro livre para oscilar em um ou dois graus de liberdade no caso piezoelétrico e cilindro com um grau de liberdade no caso eletromagnético. São conduzidas análises paramétricas que indicam como o rendimento da coleta de energia pode ser elevado variando-se parâmetros elétricos, geométricos e frequências naturais. Por fim, um projeto conceitual de um gerador magnético é apresentado.

## ABSTRACT

Numerical investigations about energy harvesting of a rigid elastically supported cylinder subjected to vortex-induced vibrations (VIV) phenomenon are presented. Piezoelectric and magnetic couplings are considered in the investigations as means to transform the kinetic energy into electrical energy. Differential equations are used to mathematically represent the hydrodynamic forces, piezoelectric behavior, electromagnetic system and structural dynamics.

Oscillation amplitude of the cylinder and efficiency of the energy harvesting are investigated under two situations: a cylinder free to oscillate in one or two degrees of freedom for piezoelectric harvesting and a cylinder free to oscillate in one degree of freedom for electromagnetic harvesting. Sensibility analyses are conducted in order to describe how the efficiency can be raised varying natural frequencies or electric and structural parameters. Finally, a conceptual project of a magnetic harvester is presented.

# LISTA DE FIGURAS

Figura 1: Regiões do escoamento perturbado. Extraído de Carmo (2005).....	12
Figura 2: Regimes de escoamento ao redor de cilindros circulares. Adaptado de Blevins (1990)...	14
Figura 3: Relação entre o número de Reynolds e o número de Strouhal para cilindros circulares. Extraído de Blevins (1990). ....	15
Figura 4: Curvas de amplitude de para $m^*=7$ . Extraído de Jauvtis e Williamson (2004).....	17
Figura 5: Curvas de amplitude para $m^*=2,6$ . Extraído de Jauvtis e Williamson (2004).....	17
Figura 6: Modos de operação de um transdutor piezoelétrico. D é a força aplicada e V é a tensão elétrica gerada. Extraído de Rocha (2014).....	18
Figura 7: Força magnética sobre um segmento de fio retilíneo. Extraído de Sears et al. (2009)....	19
Figura 8: Esquema do cilindro com 1GL montado em base elástica acoplado ao piezoelétrico.....	22
Figura 9: Esquema do cilindro com 2GL montado em base elástica, acoplado ao piezoelétrico nas direções x e y. ....	27
Figura 10: Comparação entre as amplitudes adimensionais obtidas pelos experimentos de Franzini (2013) e as simulação com os modelos de VIV com 1GL.....	31
Figura 11: Comparação entre as amplitudes adimensionais na direção paralela à correnteza obtidas pelos experimentos de Franzini (2013) e as simulações com os modelos de 2GL .....	32
Figura 12: Comparação entre as amplitudes adimensionais na direção transversal à correnteza obtidas pelos experimentos de Franzini (2013) e as simulações com os modelos de 2GL....	33
Figura 13: Representação esquemática do sistema magnético, em que B representa o fluxo magnético e $B\rho$ sua componente radial. Adaptado de Donoso, Ladera e Martín (2010)....	36
Figura 14: Representação esquemática do sistema magnético acoplado ao cilindro. Adaptado de Soti et al (2017).....	37
Figura 15: Amplitudes em função de $\sigma_1$ para $\sigma_2=190$ .....	39
Figura 16: Rendimentos em função de $\sigma_1$ para $\sigma_2=190$ .....	40
Figura 17: Amplitude em função de $\sigma_1$ para $\sigma_2=60$ .....	40
Figura 18: Rendimentos em função de $\sigma_1$ para $\sigma_2=60$ .....	41
Figura 19: Amplitude em função de $\sigma_1$ para $\sigma_2=570$ .....	41
Figura 20: Rendimentos em função de $\sigma_1$ para $\sigma_2=570$ .....	42

Figura 21: Rendimentos em função de $\sigma_2$ para $\sigma_1=0,3$ .....	42
Figura 22: Potência elétrica em função de $\sigma_2$ para $\sigma_1 = 0,3$ .....	43
<b>Figura 23: Amplitudes em função de <math>\sigma_1</math> para <math>\sigma_2=190</math>.</b> .....	44
Figura 24: Rendimentos em função de $\sigma_1$ para $\sigma_2=190$ .....	44
Figura 25: Amplitudes em função de $\sigma_2$ para $\sigma_1 = 0,3$ .....	45
Figura 26: Rendimentos em função de $\sigma_2$ para $\sigma_1=0,3$ .....	45
Figura 27: Potências elétricas em função de $\sigma_2$ para $\sigma_1 = 0,3$ .....	45
Figura 28: Parcelas em x e y do rendimento para $\sigma_2 = 190$ e $\sigma_1 = 0,3$ .....	46
Figura 29: Parcelas em x e y da potência elétrica para $\sigma_2 = 190$ e $\sigma_1 = 0,3$ .....	46
Figura 30: Amplitudes em x e y em função de $f^*$ para $\sigma_2 = 190$ e $\sigma_1 = 0,3$ .....	47
Figura 31: Rendimentos em função de $f^*$ para $\sigma_2 = 190$ e $\sigma_1 = 0,3$ .....	47
Figura 32: Potências elétricas em função de $f^*$ para $\sigma_2 = 190$ e $\sigma_1 = 0,3$ .....	48
Figura 33: Rendimento em função de $a^*$ e $b^*$ para N=20. ....	49
Figura 34: Rendimento em função de $a^*$ e $b^*$ para N=100. ....	49
Figura 35: Rendimento em função de $a^*$ e $b^*$ para N=180. ....	49
Figura 36: Rendimento em função de $a^*$ e $b^*$ para N=260.....	50
Figura 37: Rendimento máximo do caso magnético em função da velocidade reduzida. ....	50
Figura 38: Comparação das amplitudes de oscilação entre o VIV puro e o caso de máximo rendimento com acoplamento magnético ( $a^*=0,4$ e $b^*=0,6$ para N=100). .....	51
Figura 39: Potência elétrica do caso de maior rendimento em função da velocidade reduzida. ....	51
Figura 40: Amplitudes em função de $a^*$ para $b^*=0,6$ e $N = 100$ .....	52
Figura 41: Amplitudes em função de $b^*$ para $a^*=0,4$ e N=100.....	52
Figura 42: Amplitude máxima de oscilação em função de $a^*$ e $b^*$ para N=100. ....	53
Figura 43: Amplitude máxima de oscilação em função de $a^*$ e $b^*$ para N=20. ....	53
Figura 44: Vista isométrica do dispositivo. ....	54
Figura 45: Vistas frontal e lateral do dispositivo.....	55

## LISTA DE TABELAS

Tabela 1: Parâmetros dos modelos de 1GL .....	24
Tabela 2: Valores dos parâmetros fixos utilizados.....	26
Tabela 3: Parâmetros do modelo de 2GL .....	29
Tabela 4: Valores dos parâmetros fixos utilizados no modelo 2GL.....	30
Tabela 5: Parâmetros utilizados por Franzini (2013) para cilindros com um grau de liberdade.....	31
Tabela 6: Parâmetros utilizados por Franzini (2013) para cilindros com 2 graus de liberdade.....	32
Tabela 7: Parâmetros adicionais do modelo com acoplamento piezoelétrico .....	34
Tabela 8: Parâmetros fixos para simulações da coleta magnética.....	48
Tabela 9: Lista de peças do dispositivo.....	55

# SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO .....	11
2	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA.....	12
2.1	Vibrações induzidas por vórtices .....	12
2.1.1	Esteira vorticosa.....	12
2.1.2	VIV em cilindros livres para oscilar na direção transversal à correnteza.....	14
2.1.3	VIV em cilindros livres para oscilar em duas direções .....	16
2.2	Materiais piezoelétricos.....	18
2.3	Eletromagnetismo.....	18
2.4	Obtenção de energia a partir de vibrações induzidas por escoamento .....	20
3	FORMULAÇÃO MATEMÁTICA .....	22
3.1	Modelos matemáticos de 1GL .....	22
3.2	Modelos matemáticos de 2GL .....	26
3.3	Comparação entre modelos.....	30
3.3.1	Validação dos modelos de 1GL .....	30
3.3.2	Validação dos modelos de 2GL .....	32
3.4	Modelos com acoplamento piezoelétrico .....	33
3.4.1	Modelo de 1GL piezoelétrico .....	33
3.4.2	Modelo de 2GL piezoelétrico .....	35
3.5	Modelo com acoplamento magnético.....	35
4	RESULTADOS .....	39
4.1	Coleta piezoelétrica com 1GL .....	39
4.2	Coleta piezoelétrica com 2GL .....	43
4.3	Coleta magnética com 1GL .....	48
5	PROJETO CONCEITUAL.....	54
6	CONSIDERAÇÕES FINAIS .....	57



## 1 INTRODUÇÃO

Muitos esforços na área acadêmica são realizados buscando-se aperfeiçoar processos de geração de energia e também tornar viáveis novos meios de se extrair energia do ambiente. Esse empenho se justifica, pois a disponibilidade energética é fator fundamental no desenvolvimento de atividades essenciais na sociedade atual. Por outro lado, a grande demanda por energia gera, invariavelmente, impactos ambientais. Sob este cenário, destacam-se estudos relativos a formas de coleta de energia pouco agressivas ao meio ambiente, como conversão de energia solar ou eólica em elétrica, por exemplo.

Vibrações induzidas por escoamento são foco de muitos estudos que buscam meios de mitigá-las, no entanto, devido a já citada demanda por energia limpa e renovável, recentemente esta classe de fenômenos passou a receber grande atenção também no campo de coleta de energia. Um tipo de vibração induzida por escoamento são as vibrações induzidas por vórtices (VIV). A ocorrência da separação alternada da camada limite formada ao redor de um corpo submetido a escoamento gera uma distribuição de pressão alternada no mesmo, resultando nas vibrações definidas como VIV.

Segundo Cottone (2007), a energia proveniente de vibrações pode ser convertida em energia elétrica por meio, basicamente, de piezoelectricidade, eletrostática ou indução magnética. Deseja-se, com essa pesquisa, explorar a coleta de energia do VIV por meio de conversão eletromagnética e também através da utilização de materiais piezelétricos.

## 2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

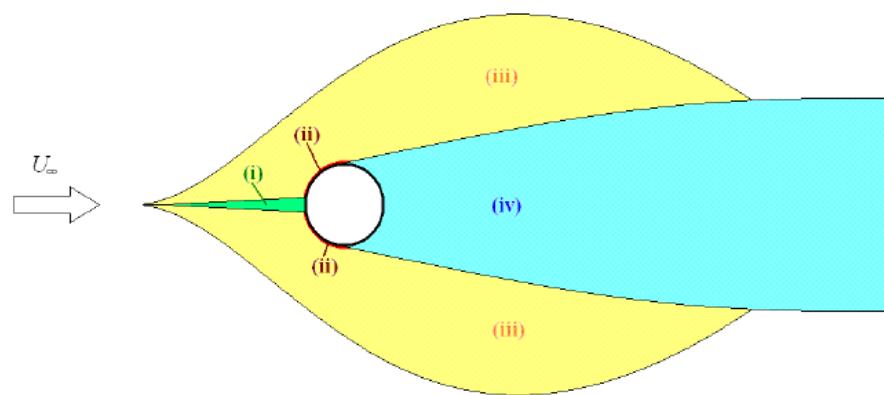
Este Capítulo tem como objetivo apresentar os principais tópicos relacionados a vibrações induzidas por vórtices, materiais piezoelétricos e eletromagnetismo. Assim como reunir informações pertinentes encontradas em trabalhos científicos com temática relacionada aos tópicos citados.

### 2.1 Vibrações induzidas por vórtices

O foco desta Seção consiste na descrição da esteira de vórtices formada atrás de corpos rombudos submetidos a escoamento externo. É discutida a formação dos vórtices, assim como os efeitos provocados por esse fenômeno no escoamento e na estrutura.

#### 2.1.1 Esteira vorticosa

A chamada esteira de vórtices de von Kármán é uma zona de recirculação que se forma a jusante de corpos rombudos imersos em escoamentos com inércia não desprezível. A Figura 1 mostra a esteira e demais regiões do escoamento afetadas por um cilindro circular.



**Figura 1:** Regiões do escoamento perturbado. Extraído de Carmo (2005).

- (i) região com gradiente negativo de pressão;
- (ii) duas camadas limite na superfície do cilindro;
- (iii) duas regiões de fluido acelerado;
- (iv) esteira vorticosa.

Segundo Blevins (1990), conforme uma partícula do fluido localizada ao longe se movimenta em direção ao bordo frontal do corpo, a pressão sobre a mesma aumenta. Esse aumento de pressão forma um gradiente que varia desde a pressão do escoamento livre até a pressão de estagnação, no bordo frontal do cilindro.

A alta pressão na parte frontal do corpo impulsiona o escoamento ao redor do mesmo, formando camadas limites diametralmente opostas. Entretanto, para altos números de Reynolds, a alta pressão à montante não é suficiente para fazer com que o fluido escoe até a parte traseira do cilindro, causando a separação das camadas limites. Este fenômeno ocorre porque o escoamento é acelerado ao redor do cilindro. Este fato, assim como a ocorrência da velocidade máxima à 90° do bordo frontal, pode ser demonstrado a partir da Equação da Continuidade para escoamentos incompressíveis.

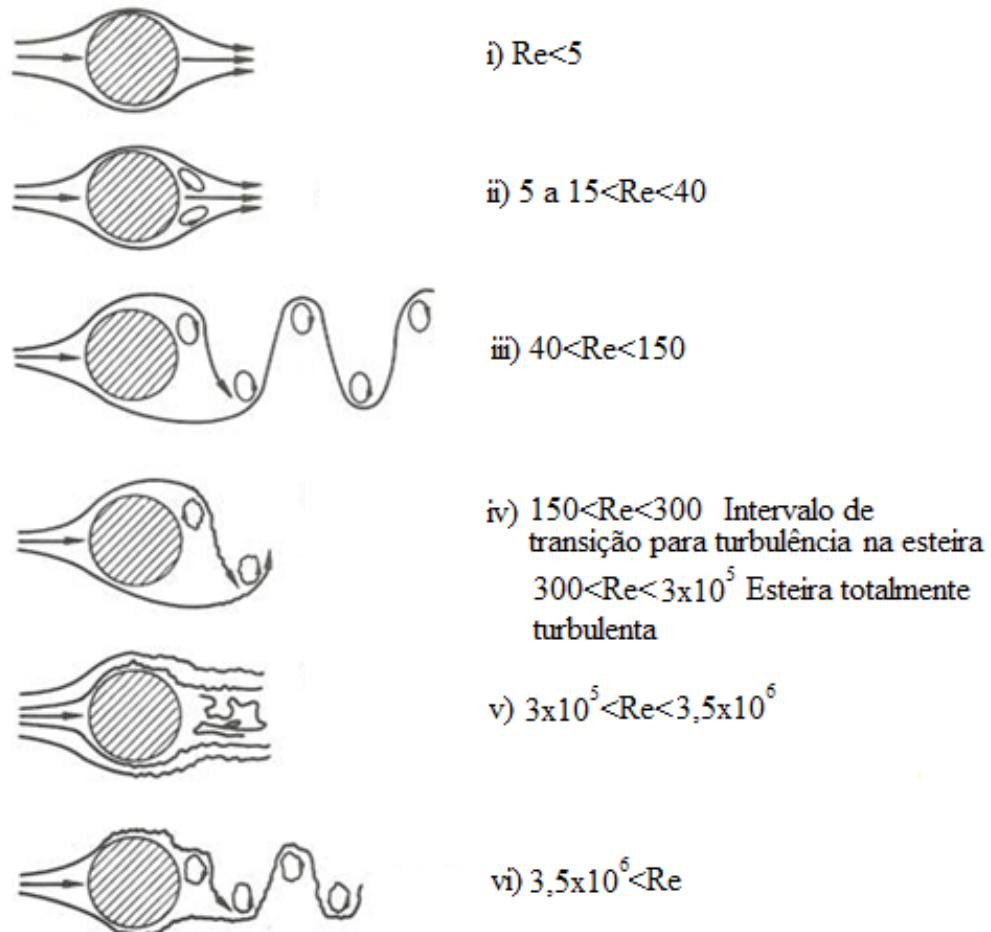
A porção mais interna das camadas cisalhantes, formadas pela separação das camadas limites, se move muito mais lentamente do que a porção externa, em contato com o escoamento livre, o que causa o enrolamento das mesmas, uma sobre a outra, e leva à formação de vórtices. A emissão de vórtices em torno de um cilindro depende do número de Reynolds  $Re$ , definido na Equação 1, onde  $U$  é a velocidade do escoamento livre,  $D$  é o diâmetro do cilindro e  $\nu$  a viscosidade cinemática do fluido.

$$Re = \frac{UD}{\nu} \quad (1)$$

A Figura 2 ilustra a relação entre o número de Reynolds e as características morfológicas da esteira vorticosa. Na figura, são exploradas 6 situações:

- i) não há separação das camadas limite;
- ii) as camadas limite se separam e há emissão de um par de vórtices simétricos;
- iii) conforme o número de Reynolds aumenta, a esteira se torna mais instável e ocorre a emissão alternada de vórtices. Nesse estágio, o comprimento da esteira cresce linearmente com o número de Reynolds, e mede aproximadamente 3 diâmetros para  $Re = 45$ ;
- iv) a esteira entra em regime transitório/turbulento, mas a camada limite permanece laminar;
- v) para  $150000 < Re < 3500000$ , a camada limite entra em regime transitório e observa-se queda do coeficiente de arrasto. A periodicidade da emissão de vórtices é desfeita;

vi) a camada limite se torna totalmente turbulenta e há o restabelecimento da emissão periódica de vórtices.



**Figura 2: Regimes de escoamento ao redor de cilindros circulares. Adaptado de Blevins (1990).**

Além do número de Reynolds, outros dois adimensionais importantes no estudo do VIV são o número de Strouhal  $St$  e a velocidade reduzida  $U_R$  definidos nas Equações 2 e 3, onde  $f_v$  é a frequência em Hz da emissão de vórtices,  $f_s$  é a frequência natural da estrutura em Hz,  $D$  é o diâmetro do cilindro e  $U$  a velocidade do escoamento livre.

$$St = \frac{f_v D}{U} \quad (2)$$

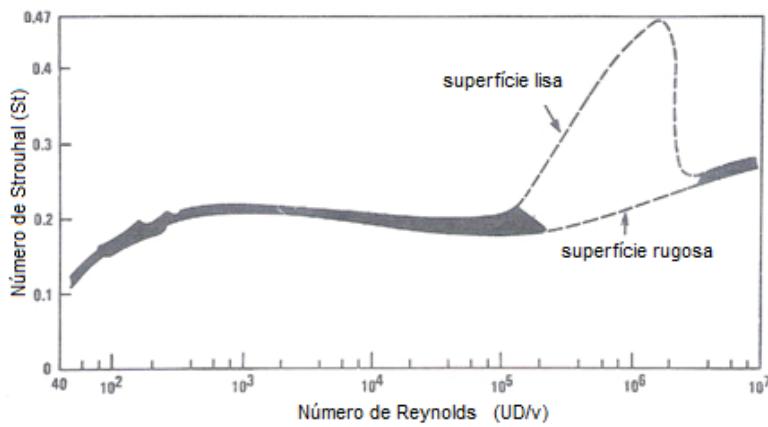
$$U_R = \frac{U}{f_s D} \quad (3)$$

### 2.1.2 VIV em cilindros livres para oscilar na direção transversal à correnteza

A força de sustentação oscilante aplicada no cilindro, causada pela emissão alternada de vórtices, faz com que haja movimento oscilatório forçado do corpo. Um caso especial de

interesse deste trabalho é a ressonância ou *lock-in*, que ocorre quando a frequência de emissão de vórtices se aproxima da frequência natural de oscilação do cilindro.

A partir da Equação 2 é possível estimar a frequência  $f_v$  conhecendo-se os valores de  $St$ ,  $U$  e  $D$ . Outro fato relevante no estudo da emissão de vórtices é que, para uma larga faixa do número de Reynolds, o número de Strouhal vale aproximadamente 0,2, como pode ser visto na Figura 3. Portanto, para  $3 \times 10^2 < Re < 2 \times 10^5$ , pode-se estimar a velocidade reduzida  $U_R^L$  para a qual ocorre a ressonância. Nestas condições, pode-se escrever a Expressão 4.



**Figura 3:** Relação entre o número de Reynolds e o número de Strouhal para cilindros circulares. Extraído de Blevins (1990).

$$f_n \cong f_s \quad (4)$$

Portanto, das Equações 2, 3 e 4,

$$\frac{1}{U_R^L} \cong \frac{f_s D}{U} \cong St \quad (5)$$

Assim,

$$U_R^L \cong \frac{1}{St} \cong \frac{1}{0.2} = 5 \quad (6)$$

No *lock-in*, são observadas as maiores amplitudes de resposta do cilindro. A sincronização de frequências altera o padrão e a fase da emissão, fazendo com que os vórtices tendam a se desprender nos momentos em que o cilindro apresenta máximo deslocamento. Quando a frequência de vibração está imediatamente abaixo da frequência natural de emissão, os vórtices são emitidos no lado oposto ao que está sofrendo o deslocamento máximo. Quando estão imediatamente acima, o oposto ocorre.

Se a amplitude de vibração passa a ser maior que um diâmetro e meio, o padrão simétrico de emissão (dois vórtices por ciclo) é quebrado, o que indica que as forças do fluido aplicadas no cilindro estão em função da amplitude, e também que estas são auto-limitadas para grandes amplitudes. Cabe lembrar também que, na ressonância, o coeficiente de arrasto no cilindro se eleva conforme a amplitude de vibração aumenta, aumentando a força de arrasto. A Equação 7, em que  $\rho$  é a densidade do fluido e  $F_D$  é a força de arrasto, explicita tal fato.

$$F_D = \frac{1}{2} \rho U^2 D C_D \quad (7)$$

### 2.1.3 VIV em cilindros livres para oscilar em duas direções

Um caso de VIV menos estudado, mas de considerável relevância é a vibração induzida por vórtice em cilindros livres para oscilar nas direções paralela e transversal em relação à correnteza. Um importante adimensional no estudo desse caso é o parâmetro de massa reduzida, definido na Equação 8, em que  $m_s$  é a massa do cilindro por unidade de comprimento.

$$m^* = \frac{4m_s}{\rho D^2 \pi} \quad (8)$$

Segundo Jauvtis e Williamson (2004), para valores moderados de massa reduzida ( $m^* > 6$ ) não são observadas mudanças significativas nas amplitudes de oscilação transversal à correnteza entre os casos de um e dois graus de liberdade. Já para valores mais baixos de massa reduzida ( $m^* < 6$ ), são observadas importantes mudanças. Neste caso, os picos de amplitude podem chegar a cerca de 1,5 diâmetro, enquanto os cilindros com um grau de liberdade têm amplitude máxima próxima de 1 diâmetro. Outra mudança observada é que os picos de amplitude nessas circunstâncias ocorrem próximos à  $U_R = 8$ . Como visto, para cilindros oscilando apenas em uma direção, os picos ocorrem para  $U_R \approx 5$ . Além disso, a máxima amplitude de oscilação na direção da correnteza chega a aproximadamente 0,30 diâmetro para valores pequenos de  $m^*$ , enquanto são praticamente desprezíveis para  $m^* > 6$ . As Figuras 4 e 5 mostram a diferença observada nos picos de amplitude para dois valores distintos de  $m^*$ .

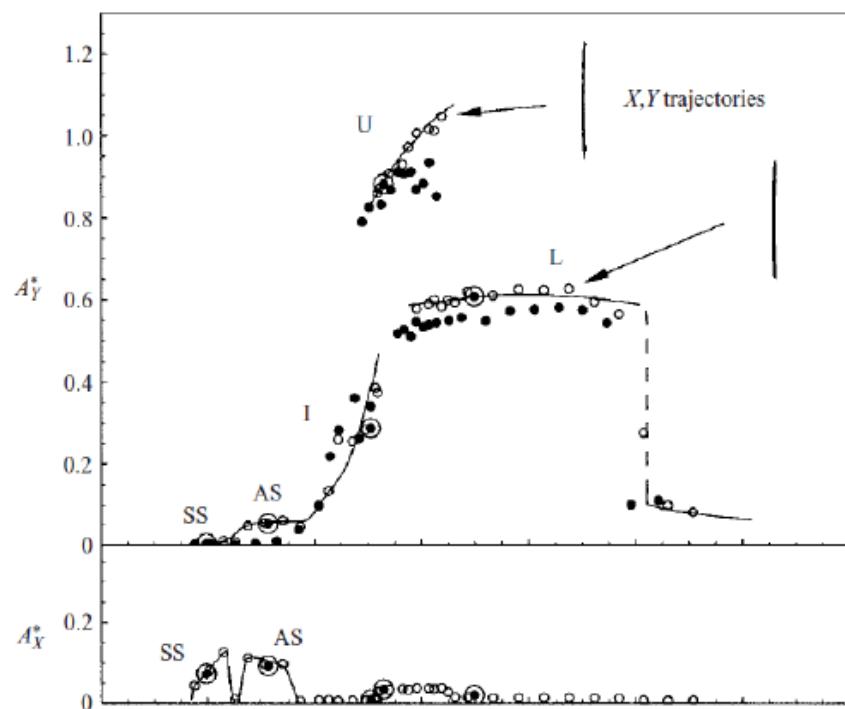


Figura 4: Curvas de amplitude para  $m^*=7$ . Extraído de Jauvtis e Williamson (2004).

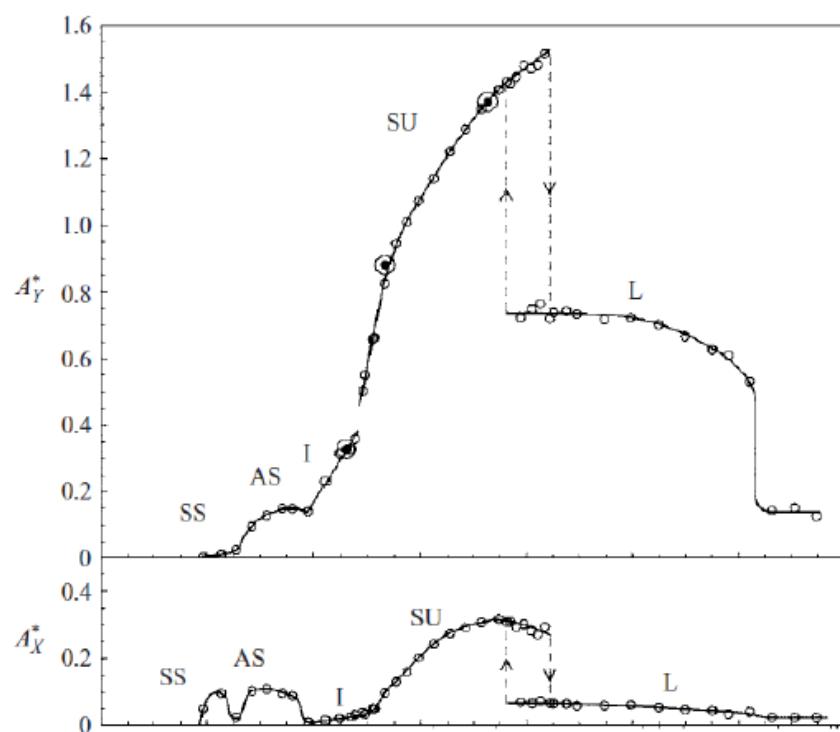


Figura 5: Curvas de amplitude para  $m^*=2,6$ . Extraído de Jauvtis e Williamson (2004).

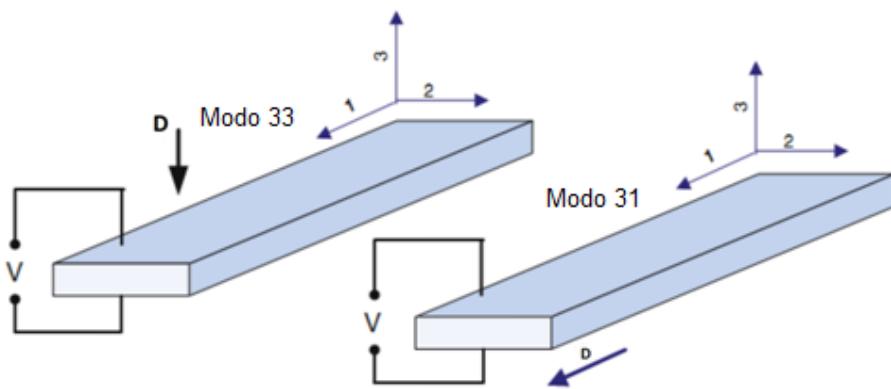
Nas figuras,  $A_Y^*$  e  $A_X^*$  representam, respectivamente, os deslocamentos divididos pelo diâmetro do cilindro nas direções transversal e paralela ao escoamento.

## 2.2 Materiais piezoelétricos

Um material é caracterizado como piezoelétrico se possuir a capacidade de gerar tensão elétrica como resposta a uma deformação mecânica imposta a ele. Segundo Mineto (2013), este efeito é chamado de efeito direto da piezoelectricidade e foi descoberto pelos irmãos Curie em 1880. Além disso, observa-se também o chamado efeito inverso da piezoelectricidade, em que a aplicação de um campo elétrico leva a uma deformação mecânica do cristal. Este efeito foi deduzido matematicamente por Lippman em 1881 e confirmado experimentalmente pelos irmão Curie.

Segundo Cottone (2007), podem ser citados como exemplos de materiais piezoelétricos cristais de quartzo, cana de açúcar, sal de Rochelle, titanato zirconato de chumbo (PZT), compósitos como BaTiO<sub>3</sub> e polímeros tais como polyvinulidenefluoride (PVDF).

De acordo com Priya (2009), existem dois modos de operação para materiais piezoelétricos que são comumente utilizados para a obtenção de energia. No modo chamado d33 a diferença de potencial elétrico (V) é colhida na mesma direção em que o deslocamento (D) é aplicado. No modo d31 a deformação é aplicada na direção axial do material, enquanto a voltagem é gerada na direção perpendicular, conforme a Figura 6 aponta.



**Figura 6: Modos de operação de um transdutor piezoelétrico. D é a força aplicada e V é a tensão elétrica gerada. Extraído de Rocha (2014).**

## 2.3 Eletromagnetismo

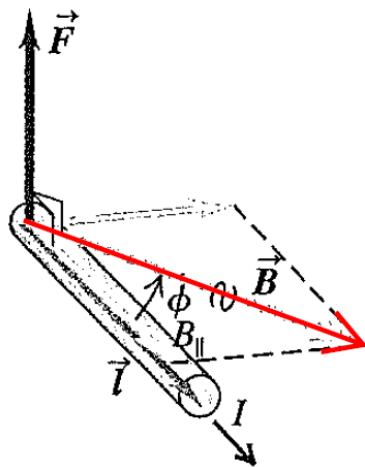
Condutores elétricos, quando submetidos a um campo magnético externo, podem sofrer a ação de uma força magnética. Este é o princípio básico de funcionamento de um motor de corrente contínua, por exemplo. Por outro lado, se um material condutor for submetido a um campo magnético, pode-se gerar corrente elétrica a partir de trabalho mecânico. Este efeito é

aproveitado em dínamos e alternadores para a obtenção de potenciais elétricos a partir de energia cinética. Tendo em vista estes dois princípios, são apresentadas nesta seção algumas equações básicas do eletromagnetismo que serão úteis para o posterior equacionamento do conversor eletromagnético de energia.

A força magnética sobre um condutor retilíneo unidimensional transportando corrente e submetido a um campo magnético constante é dada pela Equação 9.

$$F = ILB \operatorname{sen}\phi \quad (9)$$

$F$  é a força magnética,  $L$  é o comprimento do condutor,  $B$  é a intensidade do campo magnético e  $\phi$  é o ângulo formado entre a direção do campo magnético e a direção axial do condutor. A Figura 7 ilustra os parâmetros descritos.



**Figura 7: Força magnética sobre um segmento de fio retilíneo.** Extraído de Sears et al. (2009).

A partir da compreensão deste fenômeno, pode-se relacionar o torque mecânico com a corrente que percorre uma espira atravessada por um campo magnético constante. A relação é dada pela Equação 10, em que  $A$  representa a área da espira e  $\tau$  o torque.

$$\tau = IAB \operatorname{sen}\phi \quad (10)$$

Se houver rotação relativa entre uma espira e a direção do campo magnético agindo sobre ela, pode-se dizer que há variação do fluxo do campo magnético. Tal variação causa um efeito de indução da própria espira e é equacionado pela Lei de Faraday, apresentada na Equação 11, em que  $\epsilon_i$  representa a tensão induzida pela variação do fluxo do campo magnético na espira. Nota-se que a variação do fluxo campo magnético pode ocorrer de outras maneiras, como por exemplo a variação da distância entre um ímã e a espira.

$$\epsilon_i = -\frac{d}{dt}(BAcos\phi) \quad (11)$$

## 2.4 Obtenção de energia a partir de vibrações induzidas por escoamento

A coleta de energia proveniente de vibrações induzidas por escoamento é amplamente estudada, sendo abordada de diferentes maneiras. Um exemplo se encontra no trabalho de Akcabay e Young (2012), que versa sobre a coleta de energia em barras piezoelétricas submetidas à flutter, um tipo de instabilidade causada por escoamento. Outro exemplo é o projeto VIVACE (Vortex Induced Vibration Aquatic Clean Energy), apresentado em Bernitsas et al. (2006), que se trata de um dispositivo composto por uma série de cilindros alinhados que, através do efeito eletromagnético, convertem energia cinética em elétrica.

Encontram-se também estudos que exploram o acoplamento de materiais piezoelétricos a estruturas submetidas a escoamento de gases, como o trabalho de Michelin e Doare (2013). Este trabalho estuda a coleta de energia através de bandeiras piezoelétricas submetidas a escoamento, e analisa como varia a eficiência desse processo em relação aos parâmetros mais importantes. Pode-se citar também o trabalho de Mehmood et al (2013), que simulou numericamente a coleta de energia do VIV em cilindros circulares através de materiais piezoelétricos, fazendo a utilização de dinâmica computacional de fluidos.

Outro método de obtenção de energia encontrado na Literatura é o estudado por Allen e Smits (2001), que exploraram a coleta de energia através de uma membrana piezoelétrica fixada na esteira de um corpo rombudo. Nesta mesma linha, destaca-se também o trabalho de Wang, Chiu e Pham (2012), no qual foi estudada a coleta de energia a partir de indução magnética, utilizando-se um ímã permanente fixado a um diafragma posicionado na esteira vorticosa de um corpo trapezoidal. Neste arranjo, a variação de pressão no canal causada pela emissão de vórtices promove a oscilação do ímã que, por sua vez, gera variação de campo magnético em uma bobina.

Outro trabalho envolvendo eletromagnetismo é o desenvolvido Nishi, Ueno Miyamoto (2015), em que os autores investigaram experimentalmente a coleta de energia por indução magnética promovida pela vibração de cilindros sujeitos ao fenômeno de VIV.

Além do mais, é relevante citar o trabalho desenvolvido por Franzini e Bunzel (2017) submetido ao Journal of Fluid and Structures<sup>1</sup>. O artigo destaca a influência do segundo grau

---

<sup>1</sup> Artigo em fase de análise para aprovação.

de liberdade estrutural no rendimento da coleta de energia por meio de piezoelectricidade. Por fim, destaca-se o artigo de Bunzel e Franzini (2017) apresentado na conferência ENOC<sup>2</sup> de junho de 2017. O trabalho apresenta um estudo de sensibilidade da coleta de energia do VIV através de piezoelectricidade considerando um cilindro livre para oscilar em dois graus de liberdade.

O presente trabalho, assim como os dois últimos artigos citados, faz parte de uma série de publicações na área de coleta de energia de VIV. Os esforços neste tema se iniciaram com um projeto de Iniciação Científica<sup>3</sup> realizado em 2015, com mesma autoria e orientação do presente trabalho e financiado pela Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo (FAPESP).

---

<sup>2</sup> Artigo publicado e apresentado em junho de 2017 na European Nonlinear Dynamics Conference (ENOC).

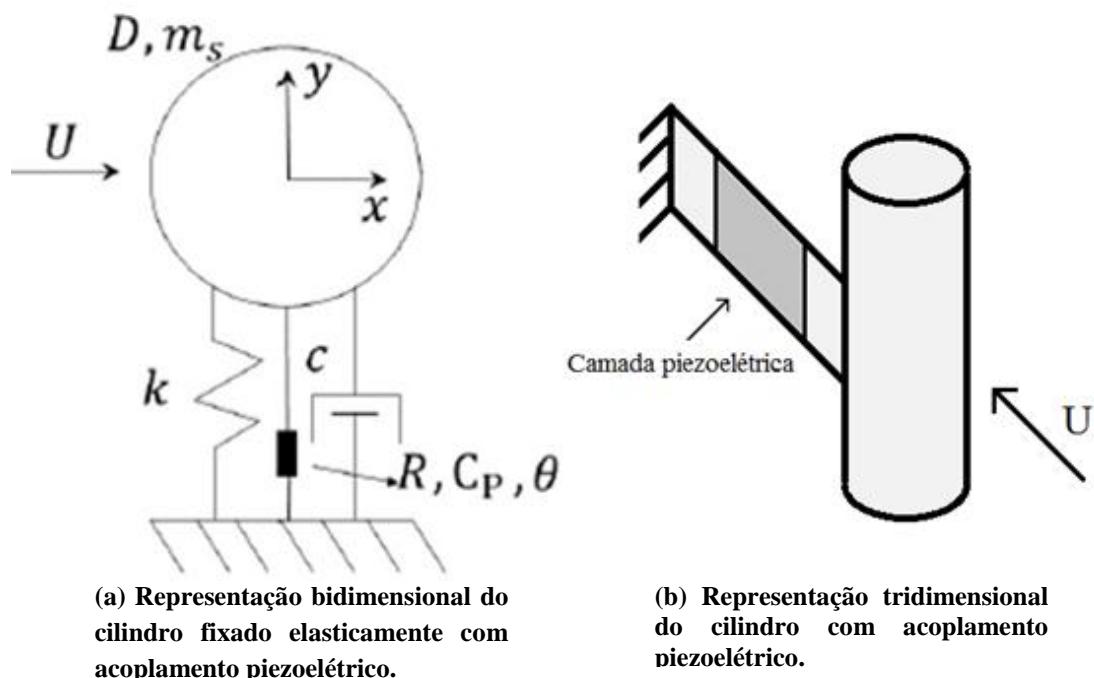
<sup>3</sup> Iniciação Científica com o tema "Investigação numérica da coleta de energia a partir do fenômeno de vibrações induzidas pela emissão de vórtices utilizando de piezoelectricidade".

### 3 FORMULAÇÃO MATEMÁTICA

Neste capítulo, são discutidos modelos fenomenológicos de um grau (1GL) e dois graus (2GL) de liberdade, que descrevem as dinâmicas estrutural, da esteira vorticosa, piezoelétrica e magnética. As amplitudes de oscilação apresentadas pelos modelos são comparadas com dados experimentais de amplitudes obtidos por Franzini (2013).

#### 3.1 Modelos matemáticos de 1GL

O sistema de 1GL pode ser representado fisicamente por um disco submetido a escoamento com velocidade uniforme  $U$ , acoplado a uma mola de rigidez  $k$  e a um amortecedor viscoso de constante  $c$  em paralelo. No sistema, ilustrado na Figura 8, também estão representados a resistência elétrica  $R$ , a capacitância  $C_p$  e a constante de acoplamento  $\theta$  referentes ao material piezoelétrico, quando acoplado.



**Figura 8: Esquema do cilindro com 1GL montado em base elástica acoplado ao piezoelétrico.**

Um dos modelos fenomenológicos de 1GL que podem ser encontrados na literatura é o desenvolvido por Facchinetti, de Langre e Biolley (2004), representado pelas Equações 12 e 13.

$$A_y'' + \left(2\zeta\delta + \frac{\gamma}{\mu}\right)A_y' + \delta^2 A_y - Mq = 0 \quad (12)$$

$$q'' + \epsilon(q^2 - 1)q' + q - \Gamma A_y'' = 0 \quad (13)$$

O outro modelo de 1GL considerado é o desenvolvido por Parra e Aranha (1996). O modelo adaptado para o caso escalar é representado pelas Equações 14 e 15.

$$(m_s + m_a)\ddot{y} + \left(c + \frac{\rho UD\alpha_4}{2}\right)\dot{y} + ky - \frac{1}{2}\rho UD\alpha_4\dot{q} = 0 \quad (14)$$

$$m_f\ddot{Q} + 2m_f\omega_f\alpha_1\left(\frac{4\alpha_2}{3U^2}\dot{Q}^2 - 1\right)\dot{Q} + m_f\omega_f^2 Q - \frac{1}{2}\rho UD\alpha_4\dot{y} = 0 \quad (15)$$

Por fim, é considerado o modelo de 1GL de Ogink e Metrikine (2010), que segue a mesma metodologia utilizada por Facchinetti, de Langre e Biolley (2004) para o cálculo das forças do fluido sobre o cilindro. Além disso, é relevante notar que as Equações 16 e 17 são iguais às obtidas por Ogink e Metrikine, exceto pelo fato de terem sido reescritas para um tempo adimensional diferente  $\tau = t\omega_s$ , frente ao tempo  $T = t\omega_f$  originalmente utilizado. A dedução destas Equações pode ser vista no trabalho de Franzini e Bunzel (2017).

$$\ddot{A}_y + 2\zeta\dot{A}_y + A_y = \frac{1}{2\pi^3} \frac{U_r^2}{(m^* + C_a)} \left[ \left( \frac{q}{\hat{q}} \hat{C}_L^0 - \frac{\bar{C}_D^0}{U_r} 2\pi\dot{A}_y \right) \sqrt{1 + \left( \frac{2\pi\dot{A}_y}{U_R} \right)^2} \right] \quad (16)$$

$$\ddot{q} + \epsilon StU_R(q^2 - 1)\dot{q} + (StU_R)^2 q = \Gamma\ddot{A}_y \quad (17)$$

Os três modelos apresentados descrevem a dinâmica da esteira de vórtices baseando-se na equação de van der Pol, porém o segundo utiliza a velocidade do cilindro como termo de acoplamento entre as dinâmicas estrutural e do fluido, enquanto os demais utilizam a aceleração. Nota-se também que, nos três modelos, a equação estrutural é constituída basicamente por um termo de massa, um de amortecimento, um de rigidez e outro representando as forças do fluido.

Os termos de massa, quando não adimensionalizados, são compostos basicamente pela multiplicação da aceleração do cilindro pela soma das massas do mesmo com a de fluido deslocado. Os termos de amortecimento são compostos pela soma de termos relativos ao amortecimento estrutural e fluídico multiplicados pela velocidade. Os termos de rigidez são proporcionais ao deslocamento do cilindro e dependem de parâmetros estruturais. Por fim, os

termos relativos às forças do fluido são os que mais diferem entre os modelos, e são proporcionais à variável da esteira  $q$  ou sua derivada.

Nas equações apresentadas,  $A_y$  representa o deslocamento transversal à correnteza  $y$  do cilindro dividido pelo seu diâmetro  $D$ .  $Q$  é uma variável representativa da dinâmica da esteira de vórtices, sendo  $q = Q/D$  sua forma adimensionalizada. Os apóstrofos sobre as variáveis denotam derivada com respeito ao tempo adimensional  $T = t\omega_f$  e os pontos denotam derivada com respeito ao tempo adimensional  $\tau = t\omega_s$ . Os demais parâmetros utilizados na composição dos modelos são descritos na Tabela 1.

**Tabela 1: Parâmetros dos modelos de 1GL.**

Grandeza	Expressão	Unidade
Fator de amortecimento	$\zeta = \frac{c}{2(m_s + m_a)\omega_f}$	—
Massa do cilindro por unidade de comprimento	$m_s$	$kg/m$
Massa adicional por unidade de comprimento	$m_a = m_f C_a = \frac{\rho\pi D^2}{4} C_a$	$kg/m$
Coeficiente de massa adicional	$C_a$	—
Densidade do fluido	$\rho$	$kg/m^3$
Diâmetro do cilindro	$D$	$m$
Coeficiente de amortecimento por unidade de comprimento	$c$	$Ns/m^2$
Frequência angular natural da estrutura	$\omega_s = 2\pi f_s$	$rad/s$
Frequência natural da estrutura	$f_s$	$Hz$
Frequência reduzida	$\delta = \frac{\omega_s}{2\pi St(U/D)} = \frac{\omega_s}{\omega_f}$	—
Frequência Strouhal	$\omega_f = 2\pi StU/D$	$rad/s$
Número de Strouhal	$St$	—
Velocidade do escoamento	$U$	$m/s$
Coeficiente de amortecimento adicional	$\gamma$	—

**Tabela 1: Parâmetros dos modelos de 1GL (continuação).**

Grandeza	Expressão	Unidade
Razão de massa adimensional	$\mu = \frac{m_s + m_f}{\rho D^2}$	—
Acoplamento da esteira	$M = \frac{C_{L0}}{16\mu\pi^2 St^2} \cong \frac{0.05}{\mu}$	—
Amplitude do coeficiente de sustentação de um cilindro estacionário	$\hat{C}_L^0$	—
Coeficiente de sustentação do cilindro estacionário	$C_{L0}$	—
Coeficiente de arrasto médio para um cilindro estacionário	$\overline{C}_D^0$	—
Coeficiente de esteira empírico	$\epsilon$	—
Constante de acoplamento	$\Gamma$	—
Rigidez estrutural por unidade de comprimento	$k = (m_s + m_a)\omega_s^2$	$N/m^2$
Parâmetro de inércia	$m_f = \alpha_0 m_a = \frac{\alpha_0 \rho \pi D^2}{4}$	$kg/m$
Coeficientes experimentais	$\alpha_0, \alpha_1, \alpha_2, \alpha_4$	—
Coeficiente da esteira vorticosa	$\hat{q}$	—

Dentre os parâmetros apresentados, alguns assumem o mesmo valor em todas as simulações numéricas realizadas no decorrer do presente trabalho. Estes parâmetros, seus respectivos valores e unidades estão apresentados na Tabela 2.

**Tabela 2: Valores dos parâmetros fixos utilizados.**

Parâmetros	Unidade	Valores
$\rho$	$kg/m^3$	1000
$\gamma$	—	0.8
$\epsilon$ (Facchinetti, de Langre e Biolley )	—	0.3
$\Gamma$	—	12
$C_a$	—	1
$\alpha_0$	—	0.48
$\alpha_1$	—	0.05
$\alpha_2$	—	3.01
$\alpha_4$	—	0.75
$\hat{q}$	—	2
$\hat{C}_L^0$	—	0,3842
$\overline{C_D^0}$	—	1,1856

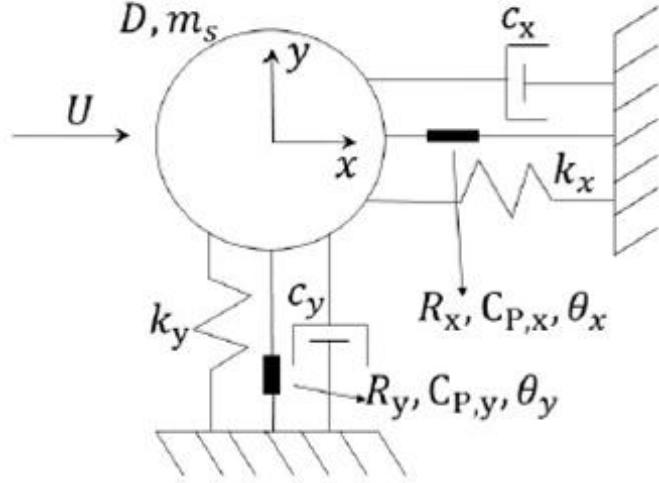
É relevante notar que o parâmetro  $\epsilon$  assume valores diferentes dependendo do modelo utilizado. Para o modelo de Ogink e Metrikine, o valor de  $\epsilon$  depende da velocidade reduzida, assim como o parâmetro  $\Gamma$ . Para velocidade reduzida até 6,2 utiliza-se  $\epsilon = 0,05$  e  $\Gamma = 4$ , para  $U_R$  acima de 6,2 utiliza-se  $\epsilon = 0,7$  e  $\Gamma = 12$ . Além disso, o valor do número de Strouhal utilizado nas simulações de 1GL é 0,2, exceto para o modelo de Ogink e Metrikine, que utiliza  $St = 0,1932$ .

### 3.2 Modelos matemáticos de 2GL

O sistema de 2GL é representado de maneira muito semelhante ao sistema de 1GL. Os parâmetros apresentados na Figura 9 são os mesmos apresentados na Figura 8, exceto pelo fato de que alguns deles vêm acompanhados pelos subscritos  $x$  ou  $y$ . Estes subscritos têm como finalidade diferenciar os parâmetros que podem possuir valores diferentes para cada direção considerada, paralela ou transversal ao escoamento.

Um dos modelos de 2GL abordado é o desenvolvido por Zanganeh e Srinil (2014), representado pelas Equações 18 a 21. Nota-se que as Equações 19 e 21 são baseadas na equação de van der Pol, assim como os modelos de 1GL apresentados. No entanto, as equações estruturais apresentam não-linearidades cúbicas e quadráticas. Estas não-linearidades podem ser entendidas como uma forma de representar os efeitos da esteira na

dinâmica estrutural, uma vez que a rigidez e amortecimento do sistema são novamente representados por modelos lineares. Observa-se também que o acoplamento entre as direções x e y é representado somente nas Equações estruturais 18 e 20, por meio de termos cruzados quadráticos.



**Figura 9:** Esquema do cilindro com 2GL montado em base elástica, acoplado ao piezoelétrico nas direções x e y.

$$\ddot{A}_y + \lambda_y \dot{A}_y + A_y + \alpha_y A_y^3 + \beta_y A_y A_x^2 - M_L \Omega^2 q_y + \frac{2\pi M_D \Omega^2 q_x \dot{A}_y}{U_R} = 0 \quad (18)$$

$$\ddot{q}_y + \epsilon_y \Omega (q_y^2 - 1) \dot{q}_y + \Omega^2 q_y - \Lambda_y \ddot{A}_y = 0 \quad (19)$$

$$\ddot{A}_x + \lambda_x \dot{A}_x + f^{*2} (A_x + \alpha_x A_x^3 + \beta_x A_x A_y^2) - M_D \Omega^2 q_x - \frac{2\pi M_L \Omega^2 q_y \dot{A}_y}{U_R} = 0 \quad (20)$$

$$\ddot{q}_x + 2\epsilon_x \Omega (q_x^2 - 1) \dot{q}_x + 4\Omega^2 q_x - \Lambda_x \ddot{A}_x = 0 \quad (21)$$

Outro modelo utilizado é o desenvolvido por Franzini e Bunzel (2017), representado pelas Equações 22 a 25. Esse modelo tem como base o modelo de 1GL desenvolvido por Ogink e Metrikine (2010), modificado para representar dois graus de liberdade.

$$\ddot{A}_y + 2\zeta_y \dot{A}_y + A_y = \frac{1}{2\pi^3} \frac{U_r^2}{(m^* + C_a)} C_{y,v} \quad (22)$$

$$\ddot{q}_y + \epsilon_y St U_R (q_y^2 - 1) \dot{q}_y + (St U_R)^2 q_y = \Gamma_y \ddot{A}_y \quad (23)$$

$$\ddot{A}_x + 2\zeta_x f^* \dot{A}_x + f^{*2} A_x = \frac{1}{2\pi^3} \frac{U_r^2}{(m^* + C_a)} C_{x,v} \quad (24)$$

$$\ddot{q}_x + \epsilon_x St U_R (q_x^2 - 1) \dot{q}_x + (2St U_R)^2 q_x = \Gamma_x \ddot{A}_x \quad (25)$$

Os pontos sobre as variáveis denotam derivada com respeito ao tempo adimensional  $\tau = t\omega_{sy}$ .  $A_x$  e  $A_y$  representam as amplitudes adimensionais nas direções  $x$  e  $y$ , respectivamente. Além disso, a velocidade reduzida é escrita em função da frequência natural de oscilação na direção  $y$ , ou seja,  $U_R = U/f_{sy}D$ .

Os termos  $C_{y,v}$  e  $C_{x,v}$ , definidos nas Equações 26 e 27, representam os efeitos das forças de arrasto e sustentação no cilindro. É possível observar que o acoplamento entre as direções  $x$  e  $y$  é representado nestes termos, já que tanto o arrasto como a sustentação são influenciados pelas duas componentes da velocidade do cilindro.

$$C_{y,v} = \sqrt{1 - \frac{4\pi}{U_R} \dot{A}_x + \left(\frac{2\pi}{U_R}\right)^2 (\dot{A}_x^2 + \dot{A}_y^2)} \left( -C_{D,v} \frac{2\pi \dot{A}_y}{U_R} + C_{L,v} \frac{U_R - 2\pi \dot{A}_x}{U_R} \right) \quad (26)$$

$$C_{x,v} = \sqrt{1 - \frac{4\pi}{U_R} \dot{A}_x + \left(\frac{2\pi}{U_R}\right)^2 (\dot{A}_x^2 + \dot{A}_y^2)} \left( C_{D,v} \frac{U_R - 2\pi \dot{A}_x}{U_R} + C_{L,v} \frac{2\pi \dot{A}_y}{U_R} \right) \quad (27)$$

Os termos  $C_{L,v}$  e  $C_{D,v}$  são os coeficientes representativos das forças de sustentação e arrasto devido à emissão de vórtices e são dados pelas Equações 28 e 29. Estes termos não são fixos, já que dependem das variáveis representativas da dinâmica da esteira  $q_y$  e  $q_x$ . O termo referente à força de sustentação  $C_{L,v}$  tem comportamento puramente oscilatório, enquanto o referente ao arrasto  $C_{D,v}$  é composto por um termo oscilatório, proveniente da oscilação em  $x$  do cilindro e um fixo, devido à velocidade não nula do fluido na direção da força de arrasto.

$$C_{L,v} = \frac{q_y}{\hat{q}_y} \hat{C}_L^o \quad (28)$$

$$C_{D,v} = \overline{C_D^o} + \frac{q_x}{\hat{q}_x} \hat{C}_D^o \quad (29)$$

A Tabela 3 define os parâmetros utilizados que ainda não foram apresentados na Tabela 1.

**Tabela 3: Parâmetros do modelo de 2GL.**

Grandeza	Expressão	Unidade
Termo de amortecimento combinado fluido-estrutura, direção x	$\lambda_x = 2\zeta_x f^* + \frac{\gamma\Omega}{\mu}$	—
Velocidade reduzida	$U_R = \frac{U}{Df_{sy}}$	—
Termo de amortecimento combinado fluido-estrutura, direção y	$\lambda_y = 2\zeta_y + \frac{\gamma\Omega}{\mu}$	—
Razão entre as frequências de emissão de vórtices e natural	$\Omega = StU_R$	—
Parâmetro de inércia	$f^* = \omega_{sx}/\omega_{sy}$	—
Coeficientes geométricos não lineares	$\alpha_x, \alpha_y, \beta_x, \beta_y$	—
Parâmetro de massa do sistema	$M_D = \frac{C_{D0}}{16\pi St^2 \mu}$	—
Parâmetro de massa do sistema	$M_L = \frac{C_{L0}}{16\pi St^2 \mu}$	—
Coeficiente de arrasto do cilindro estacionário	$C_{D0}$	—
Coeficiente de sustentação do cilindro estacionário	$C_{L0}$	—
Coeficiente de esteira empírico, direção x	$\epsilon_x$	—
Coeficiente de esteira empírico, direção y	$\epsilon_y$	—
Coeficientes de acoplamento	$\Lambda_x, \Lambda_y$	—
Amplitude do coeficiente de arrasto de um cilindro estacionário	$\hat{C}_D^0$	—
Coeficiente de arrasto do cilindro estacionário	$\overline{C}_D^0$	—
Amplitude do coeficiente de sustentação de um cilindro estacionário	$\hat{C}_L^0$	—
Coeficiente de massa potencial adicional	$C_a$	—

A Tabela 4 exibe os valores e unidades dos parâmetros fixos utilizados nos modelos de 2GL apresentados.

**Tabela 4:** Valores dos parâmetros fixos utilizados no modelo 2GL.

Parâmetros	Unidade	Valores
$C_{D0}$	—	0.2
$C_{L0}$	—	0.3
$\epsilon_x$ (Zanganeh e Srinil)	—	0.3
$\epsilon_y$ (Zanganeh e Srinil)	—	$0.00234e^{0.228m^*} = 4,23 \cdot 10^{-3}$
$\Lambda_x = \Lambda_y$	—	12
$\alpha_x = \alpha_y = \beta_x = \beta_y$	—	0.7
$\gamma$	—	0.8
$\hat{q}_y = \hat{q}_x$	—	2
$\overline{C_D^0}$	—	1,1856
$\hat{C}_L^0$	—	0,3842
$\hat{C}_D^0$	—	0,2

No modelo de Franzini e Bunzel (2017) foi utilizado  $St = 0,17$ , diferentemente do  $St = 0,2$  utilizado no modelo de Zanganeh e Srinil (2014). No modelo de Franzini e Bunzel (2017), para velocidade reduzida até 8, utilizou-se  $\epsilon_y = 0,0045e^{(0,228m^*)}$ ,  $\epsilon_x = 0,6$ ,  $\Gamma_y = 2$  e  $\Gamma_x = 12$ . Para velocidades reduzidas superiores a 8, utilizou-se  $\epsilon_y = 0,7$ ,  $\epsilon_x = 0,7$ ,  $\Gamma_y = 12$  e  $\Gamma_x = 12$ .

### 3.3 Comparação entre modelos

Uma vez apresentados os modelos matemáticos para 1GL e 2GL é necessário validá-los comparando-os com dados experimentais. Para isso, são analisados os resultados de amplitudes dos modelos em comparação com as amplitudes experimentais obtidas por Franzini (2013).

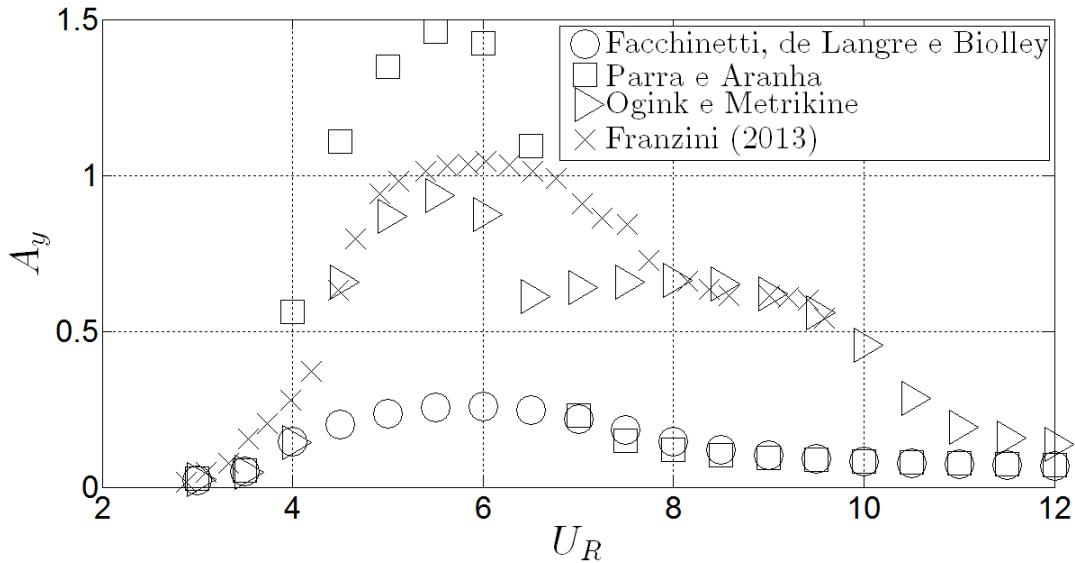
#### 3.3.1 Validação dos modelos de 1GL

A fim de se comparar os modelos de 1GL com dados experimentais, utilizou-se nas seguintes simulações os parâmetros do cilindro ensaiado por Franzini (2013). Na tese citada, realizou-se ensaios que estimaram a amplitude adimensional de oscilação do cilindro livre para oscilar apenas na direção transversal à correnteza, em função da velocidade reduzida  $U_R = U/Df_s$ . A Tabela 5 mostra os parâmetros utilizados nas seguintes simulações de 1GL.

**Tabela 5: Parâmetros utilizados por Franzini (2013) para cilindros com um grau de liberdade.**

Parâmetros	Unidade	Valores
$m^*$	—	2.6
$\zeta$	—	0.001
$D$	m	0.04445
$f_s$	Hz	0.63

A Figura 10 mostra as amplitudes adimensionais obtidas por cada um dos três modelos de 1GL simulados em comparação com as amplitudes obtidas por Franzini, em função da velocidade reduzida.

**Figura 10: Comparação entre as amplitudes adimensionais obtidas pelos experimentos de Franzini (2013) e as simulação com os modelos de VIV com 1GL.**

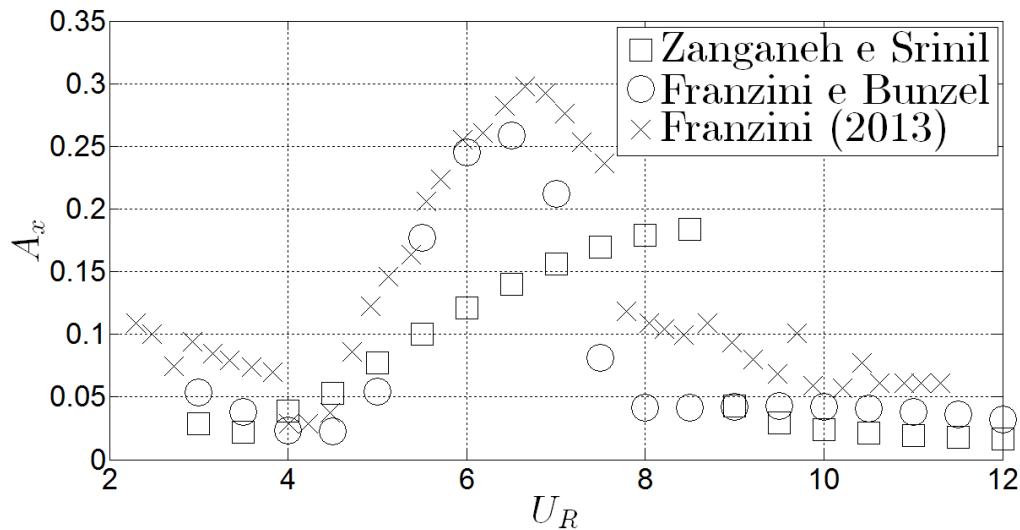
Observa-se que as amplitudes de resposta dos modelos de Facchinetti, de Langre e Biolley (2004) e Parra e Aranha (1996) apresentam grande discrepância em torno da região onde ocorre o *lock-in*, ou seja, onde a frequência da emissão de vórtices é muito próxima da frequência natural de oscilação da estrutura. No entanto, o modelo de Ogink e Metrikine (2010) apresenta uma aderência muito maior aos dados experimentais tanto na condição de *lock-in* quanto nas demais. Portanto, as equações dos modelos de 1GL com acoplamento piezoelétrico e magnético foram deduzidas utilizando-se o modelo de VIV de Ogink e Metrikine (2010).

### 3.3.2 Validação dos modelos de 2GL

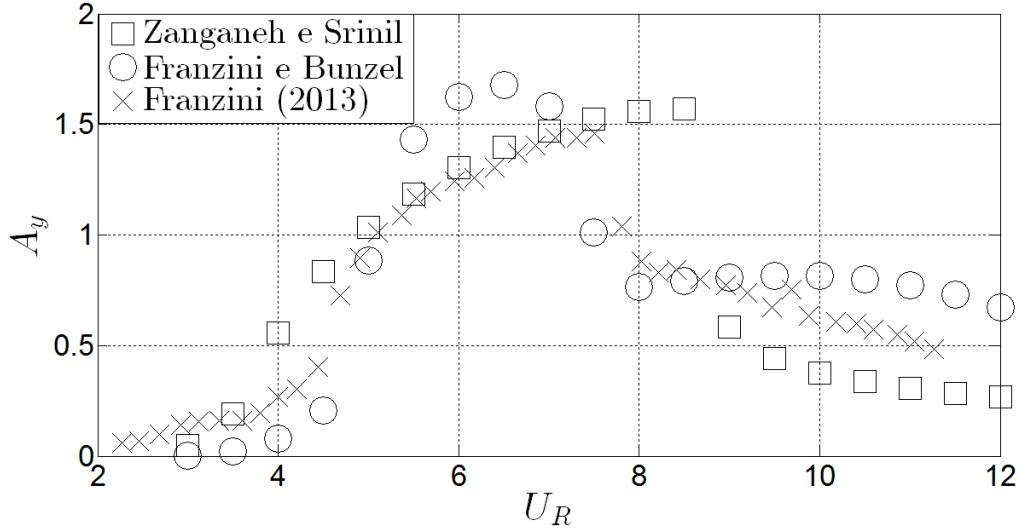
Assim como no caso de 1GL, utilizaram-se na seguinte simulação com os modelos de 2GL os parâmetros de Franzini (2013). Neste caso, foi considerado um cilindro com liberdade para oscilar nas direções paralela e transversal à correnteza. A Tabela 6 mostra os parâmetros utilizados para comparar os modelos de 2GL com os dados experimentais e as Figura 11 e 12 mostram as comparações das amplitudes adimensionais.

**Tabela 6: Parâmetros utilizados por Franzini (2013) para cilindros com 2 graus de liberdade.**

Parâmetros	Unidade	Valores
$m^*$	-	2.6
$\zeta_x = \zeta_y$	-	0.001
$D$	m	0.04445
$f_{sx} = f_{sy}$	Hz	0.69



**Figura 11:** Comparação entre as amplitudes adimensionais na direção paralela à correnteza obtidas pelos experimentos de Franzini (2013) e as simulações com os modelos de 2GL.



**Figura 12:** Comparação entre as amplitudes adimensionais na direção transversal à correnteza obtidas pelos experimentos de Franzini (2013) e as simulações com os modelos de 2GL.

Observa-se que, de maneira geral, os dois modelos testados se aproximam dos dados experimentais na direção transversal à correnteza. No entanto, apesar do modelo de Franzini e Bunzel apresentar algum desvio para  $U_R$  entre 5,5 e 7 em relação aos dados experimentais, o desvio do modelo de Zanganeh e Srinil para  $U_R = 8$  e  $U_R = 8,5$  é mais significativo. Além disso, para a direção paralela à correnteza, o modelo de Franzini e Bunzel apresenta uma aderência muito maior aos dados experimentais. Portanto, o modelo de VIV com acoplamento piezoelétrico foi deduzido utilizando-se as equações de Franzini e Bunzel.

### 3.4 Modelos com acoplamento piezoelétrico

Os modelos de VIV de 1GL e 2GL que melhor aderiram aos dados experimentais foram modificados para representarem também a coleta de energia através do acoplamento de materiais piezoelétricos. As adaptações foram realizadas com base no trabalho de Mehmood et al (2013).

#### 3.4.1 Modelo de 1GL piezoelétrico

O modelo de 1GL com acoplamento piezoelétrico foi adaptado do modelo de VIV de Ogink e Metrikine (2010) e é descrito matematicamente pelas Equações 30 a 32. A Equação 32 foi adaptada do trabalho de Mehmood et al (2013) e é utilizada para representar o acoplamento piezoelétrico na direção y.

$$\ddot{A}_y + 2\zeta \dot{A}_y + A_y = \frac{1}{2\pi^3} \frac{{U_r}^2}{(m^* + C_a)} \left[ \left( \frac{q}{\hat{q}} \hat{C}_L^0 - \frac{C_{D,v} 2\pi \dot{A}_y}{U_r} \right) \sqrt{1 + \left( \frac{2\pi \dot{A}_y}{U_R} \right)^2} \right] + V^* \quad (30)$$

$$\ddot{q} + \epsilon StU_R(q^2 - 1)\dot{q} + (StU_R)^2 q = \Gamma \ddot{A}_y \quad (31)$$

$$\dot{V}^* + \sigma_2 V^* + \sigma_1 \dot{A}_y = 0 \quad (32)$$

$V^*$  é a tensão elétrica adimensional, dada pela tensão elétrica  $V$  dividida por  $V_0$ . Os demais parâmetros introduzidos são definidos na Tabela 7.

A potência  $P_{el}$  de energia elétrica coletada é dada pela razão  $V^2/R$ . O rendimento  $\eta$  do sistema é calculado de acordo com a Equação 33, em que se divide a potência  $P_{el}$  pelo fluxo da densidade de energia cinética do fluido em relação à área projetada do cilindro. Ressalta-se que a definição de rendimento utilizada não é única nem pode ser considerada a mais correta, mas serve como um bom indicador da capacidade que o dispositivo tem de extrair energia do escoamento.

$$\eta = \frac{V^2/R}{\frac{1}{2} \rho U^3 D L_c} \quad (33)$$

**Tabela 7: Parâmetros adicionais do modelo com acoplamento piezoelétrico.**

Grandeza	Expressão	Unidade
Constante elétrica 1	$\sigma_1 = \frac{\theta^2}{m_t \omega_{sy}^2 C_p L_c}$	—
Massa total por unidade de comprimento	$m_t = m_s + m_a$	kg/m
Capacitância	$C_p$	F
Comprimento do cilindro	$L_c$	m
Constante elétrica 2	$\sigma_2 = \frac{1}{R C_p \omega_{sy}}$	—
Resistência elétrica	$R$	$\Omega$
Tensão elétrica de referência	$V_0 = \frac{m_t \omega_{sy}^2 D L_c}{\theta}$	V
Acoplamento piezoelétrico	$\theta$	N/V

O rendimento pode ser escrito também em função dos parâmetros adimensionais utilizados no modelo, como está escrito na Equação 34.

$$\eta = \frac{4\pi^4 \sigma_2 (m^* + C_a) V^{*2}}{\sigma_1 U_R^3} \quad (34)$$

### 3.4.2 Modelo de 2GL piezoelétrico

O modelo de 2GL com acoplamento piezoelétrico é descrito matematicamente pelas Equações 35 a 40. As Equação 40 e 41 são utilizadas para representar os acoplamentos piezoelétricos nas direções y e x, respectivamente.

$$\ddot{A}_y + 2\zeta_y \dot{A}_y + A_y = \frac{1}{2\pi^3} \frac{U_r^2}{(m^* + C_a)} C_{y,v} + V_y^* \quad (35)$$

$$\ddot{A}_x + 2\zeta_x f^* \dot{A}_x + f^{*2} A_x = \frac{1}{2\pi^3} \frac{U_r^2}{(m^* + C_a)} C_{x,v} + V_x^* \quad (36)$$

$$\ddot{q}_y + \epsilon_y St U_R (q_y^2 - 1) \dot{q}_y + (St U_R)^2 q_y = \Gamma_y \ddot{A}_y \quad (37)$$

$$\ddot{q}_x + \epsilon_x St U_R (q_x^2 - 1) \dot{q}_x + (2St U_R)^2 q_x = \Gamma_x \ddot{A}_x \quad (38)$$

$$\dot{V}_y^* + \sigma_{2,y} V_y^* + \sigma_{1,y} \dot{A}_y = 0 \quad (39)$$

$$\dot{V}_x^* + f^* \sigma_{2,x} V_x^* + \frac{f^{*2} \sigma_{1,x}}{\theta^*} \dot{A}_x = 0 \quad (40)$$

Os rendimentos nas direções y e x são representados pelas Equações 41 e 42.

$$\eta_y = \frac{4\pi^4 \sigma_{2,y} (m^* + C_a) V_y^{*2}}{\sigma_{1,y} U_R^3} \quad (41)$$

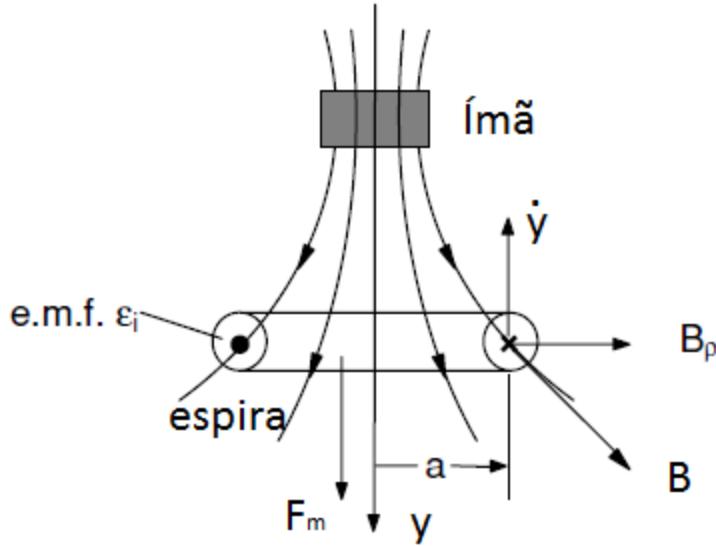
$$\eta_x = \frac{4\pi^4 \theta^{*2} \sigma_{2,x} (m^* + C_a) V_x^{*2}}{f^* \sigma_{1,x} U_R^3} \quad (42)$$

### 3.5 Modelo com acoplamento magnético

Novamente, são utilizadas as equações do modelo de Ogink e Metrikine (2010) para representar a interação fluido-estrutural, dado que é considerado apenas o caso de 1GL para a coleta magnética. A modelagem do acoplamento magnético é baseada no trabalho de Donoso, Ladera e Martín (2010), que não é genérica o suficiente para ser adaptada para um cilindro livre para oscilar em duas direções.

O modelo matemático utilizado a seguir descreve a força magnética  $F_m$  exercida sobre um ímã que se movimenta em relação a uma bobina, cujo eixo axial passa pelo centro do ímã. O

mesmo tem liberdade de movimento apenas na direção do eixo axial da bobina, como pode ser visto na Figura 13.



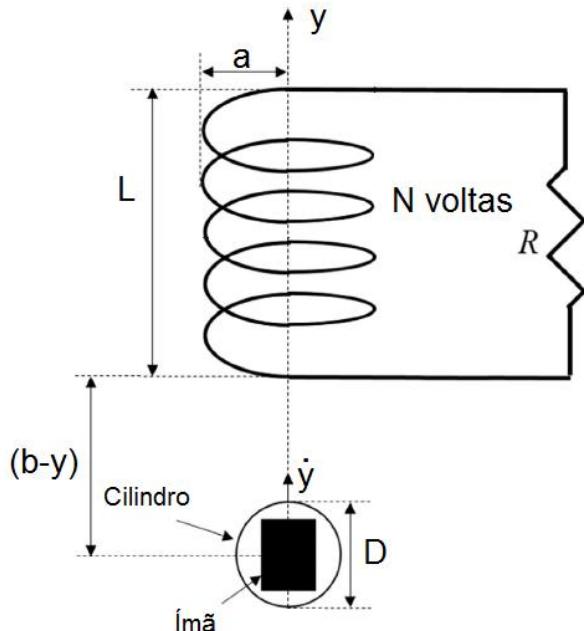
**Figura 13:** Representação esquemática do sistema magnético, em que  $B$  representa o fluxo magnético e  $B_\rho$  sua componente radial. Adaptado de Donoso, Ladera e Martín (2010).

O movimento relativo entre o ímã e a bobina varia o fluxo magnético que atravessa a espira. Esta variação ocasiona dois efeitos, o aparecimento de uma força eletromotriz  $\epsilon$  e o surgimento de uma força magnética  $F_m$  que se opõe ao movimento. Utilizando-se uma conhecida aproximação de dipolo magnético, dada pela Equação 43, chega-se a Equação 44, que descreve a força magnética exercida na bobina.

$$B_\rho = \frac{3\mu_m ya}{(a^2 + y^2)^{\frac{5}{2}}} \quad (43)$$

$$F_m = \left( \frac{N2\pi a^2 \mu_m}{L} \right)^2 \frac{1}{R} \frac{dy}{dt} \left\{ \frac{1}{[a^2 + (b - y)^2]^{\frac{3}{2}}} - \frac{1}{[a^2 + (L + b - y)^2]^{\frac{3}{2}}} \right\}^2 \quad (44)$$

Como pode ser visto na Figura 14, o eixo  $y$  tem sua origem no centro do ímã,  $a$  e  $L$  são o raio e o comprimento da bobina. A menor distância entre a bobina e o centro do ímã é dada por  $(b - y)$ , sendo  $y$  o deslocamento do cilindro de diâmetro  $D$ , solidário ao ímã. A bobina possui  $N$  voltas e faz parte de um circuito elétrico composto por ela e uma resistência  $R$ .  $\mu_m$  é o momento de dipolo magnético.



**Figura 14:** Representação esquemática do sistema magnético acoplado ao cilindro. Adaptado de Soti et al (2017).

A fim de padronizar os modelos, a Equação 44 pode ser adimensionalizada, resultando na Equação 47, em que os parâmetros geométricos com \* foram adimensionalizados pelo diâmetro  $D$ .  $E$  e  $g$  são adimensionais, dados pelas Equação 45 e 46. É importante notar que  $g$  não é um parâmetro fixo, pois dependente do deslocamento adimensional  $A_y$ .  $L_c$  é o comprimento do cilindro e  $d_f$  é o diâmetro do fio da bobina, dado pela razão entre  $L$  e  $N$ .

$$E = \frac{4\pi^2 \mu_m^2}{m_t \omega_s R D^4 L_c} \quad (45)$$

$$g = \left\{ \frac{1}{[a^{*2} + (b^* - A_y)^2]^{3/2}} - \frac{1}{[a^{*2} + (L^* + b^* - A_y)^2]^{3/2}} \right\}^2 \quad (46)$$

$$f_m = E \frac{a^{*4}}{d_f^{*2}} g \dot{A}_y \quad (47)$$

Finalmente, o modelo representativo do sistema com acoplamento magnético é dado pelas Equações 47, 48 e 49.

$$\ddot{A}_y + 2\zeta \dot{A}_y + A_y + f_m = \frac{1}{2\pi^3} \frac{U_r^2}{(m^* + C_a)} \left[ \left( \frac{q}{\hat{q}} \hat{C}_L^0 - \frac{C_{D,v} 2\pi \dot{A}_y}{U_r} \right) \sqrt{1 + \left( \frac{2\pi \dot{A}_y}{U_R} \right)^2} \right] \quad (48)$$

$$\ddot{q} + \epsilon StU_R(q^2 - 1)\dot{q} + (StU_R)^2 q = \Gamma \ddot{A}_y \quad (49)$$

O cálculo da potência elétrica extraída é realizado baseando-se no trabalho de Soti et al (2017), multiplicando-se a força magnética pela velocidade de deslocamento do ímã solidário ao cilindro, sendo  $P_{el} = F_m \dot{y}$ . Por este motivo, não é necessário calcular a diferença de potencial induzida no circuito elétrico, como foi realizado no caso do acoplamento piezoelétrico. O rendimento  $\eta$  neste caso tem o mesmo conceito do rendimento descrito para a extração piezoelétrica, mas é escrito de forma diferente, como consta na Equação 50.

$$\eta = \frac{2Ea^{*4}g\mu}{d_f^* U_R^3} \dot{A}_y^2 \quad (50)$$

A expressão da potência elétrica extraída pode ser escrita a partir da definição do rendimento, como pode ser visto na Equação 51.

$$P_{el} = \frac{1}{2} \rho (U f_s D)^3 D L_c \eta \quad (51)$$

## 4 RESULTADOS

Nesta seção, são apresentados resultados das simulações numéricas realizadas com os modelos de 1GL e 2GL, considerando os acoplamentos piezoelétrico e magnético discutidos anteriormente. São realizadas análises paramétricas de alguns dos principais parâmetros que governam os fenômenos estudados.

### 4.1 Coleta piezoelétrica com 1GL

O primeiro parâmetro estudado é o  $\sigma_1$ , cujo valor está fortemente ligado ao nível de dependência existente entre os sistemas elétrico e mecânico. As Figuras 15 e 16 ilustram a dependência da amplitude adimensional e do rendimento do sistema de 1GL em relação ao  $\sigma_1$ . Nesta simulação, foram utilizados os valores da Tabela 45 e  $\sigma_2 = 190$ , o que corresponde a uma resistência elétrica de  $10k\Omega$  e capacitância de  $120nF$ .  $\sigma_1 = 0,3$  foi tomado como referência, pois corresponde aproximadamente a  $\theta = 1,00155N/V$  e  $L_c/D = 15$ , valores utilizados nos trabalhos de Mehmood et al (2013) e Franzini (2013), respectivamente.

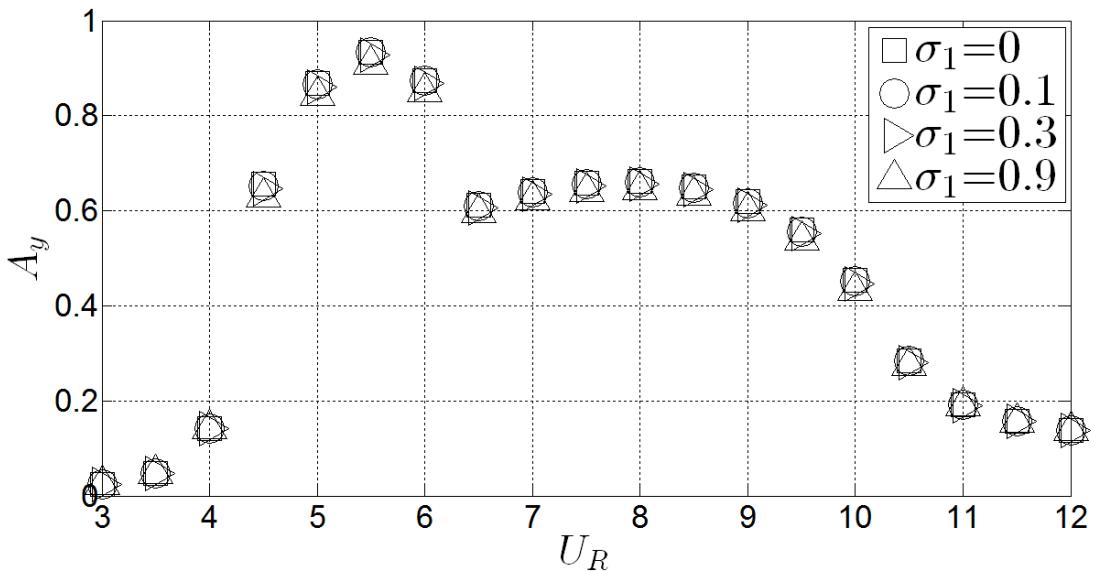


Figura 15: Amplitudes em função de  $\sigma_1$  para  $\sigma_2=190$ .

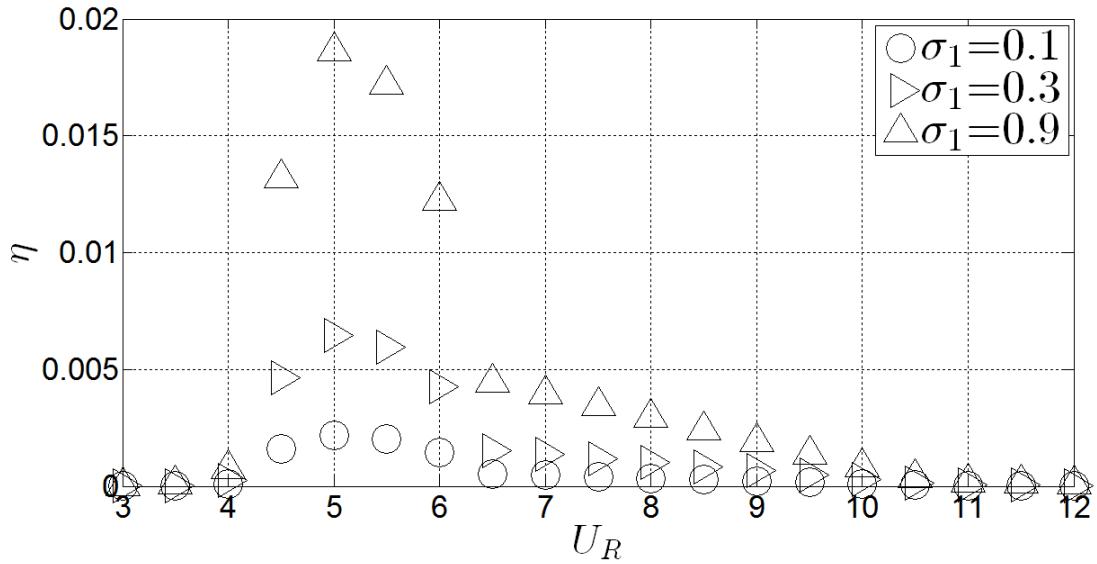


Figura 16: Rendimentos em função de  $\sigma_1$  para  $\sigma_2=190$ .

Nota-se que quase não há mudança no comportamento da amplitude de oscilação com a variação de  $\sigma_1$ . No entanto, o rendimento para  $\sigma_1 = 0,9$  é cerca de 7 vezes maior quando comparado com o rendimento para  $\sigma_1 = 0,1$ .

As Figuras 17,18,19 e 20 apresentam a mesma análise paramétrica das Figuras 15 e 16, considerando outros valores de  $\sigma_2$ .

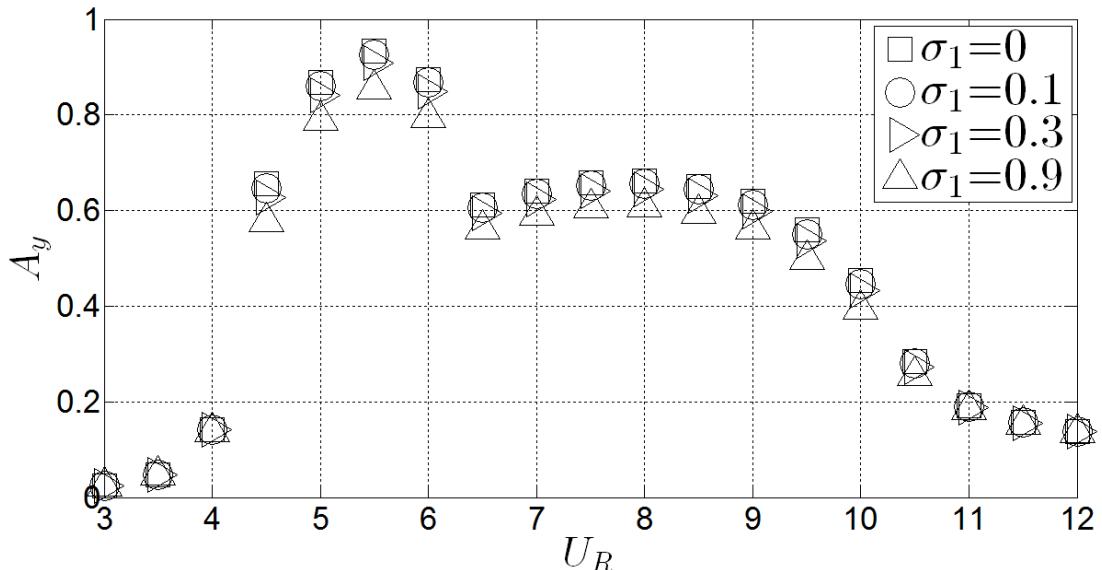


Figura 17: Amplitude em função de  $\sigma_1$  para  $\sigma_2=60$ .

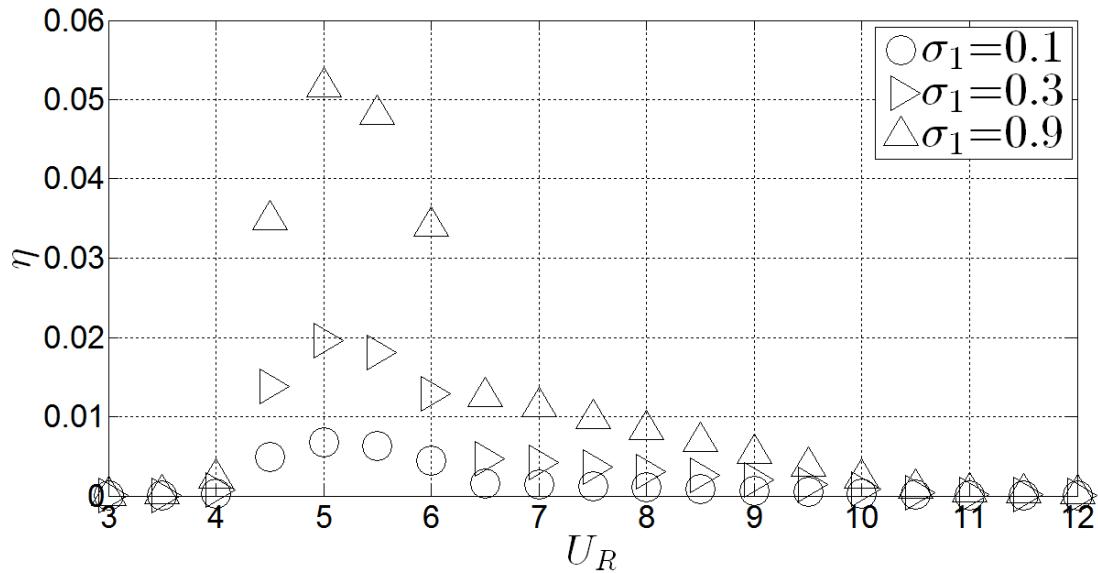


Figura 18: Rendimentos em função de  $\sigma_1$  para  $\sigma_2=60$ .

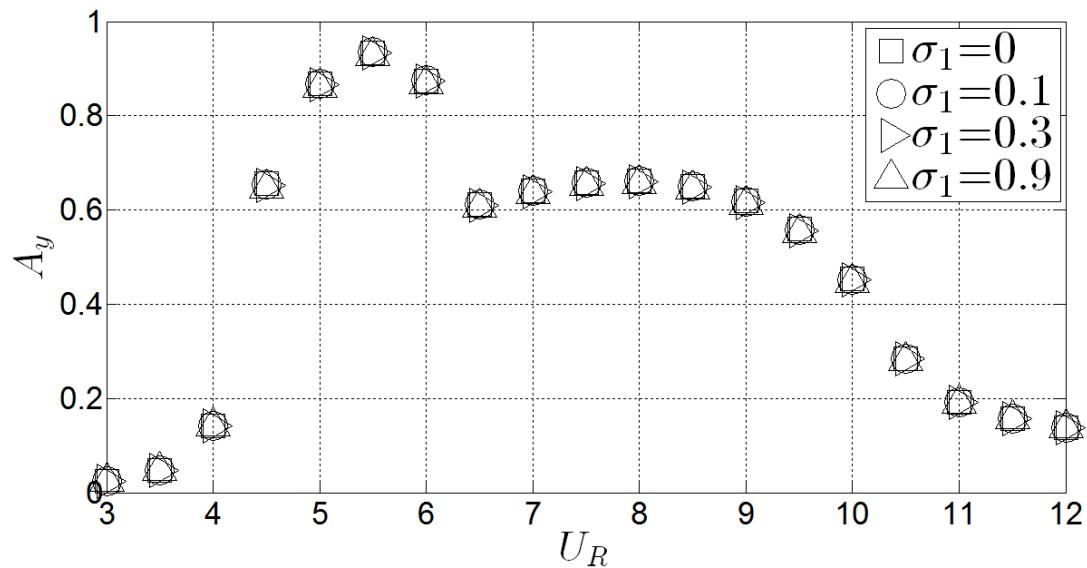


Figura 19: Amplitude em função de  $\sigma_1$  para  $\sigma_2=570$ .

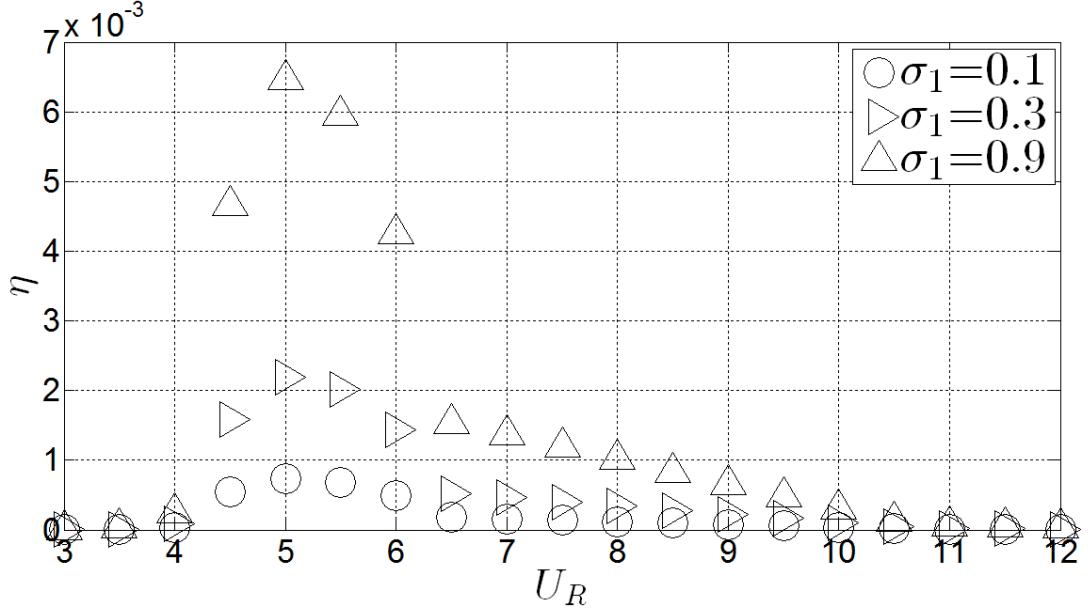


Figura 20: Rendimentos em função de  $\sigma_1$  para  $\sigma_2=570$ .

Assim como ocorre na Figura 15, as amplitudes de oscilação permanecem inalteradas com a variação de  $\sigma_1$  para  $\sigma_2 = 570$ . No entanto, como ilustra a Figura 17, para valores mais baixos de  $\sigma_2$ , a amplitude de oscilação é alterada com a variação de  $\sigma_1$ . A queda de  $A_y$ , ainda que relativamente pequena, evidencia que a vibração pode ser parcialmente suprimida dependendo dos parâmetros do sistema. Esta supressão se destaca quanto maior for a influência do sistema elétrico sobre o mecânico e quanto menor for  $\sigma_2$ .

O comportamento do rendimento é semelhante qualquer que seja o valor de  $\sigma_2$ , mudando somente os valores atingidos. A fim de se analisar o quanto varia o rendimento em função do  $\sigma_2$  foi gerada a Figura 21, considerando-se o valor fixo  $\sigma_1 = 0,3$ .

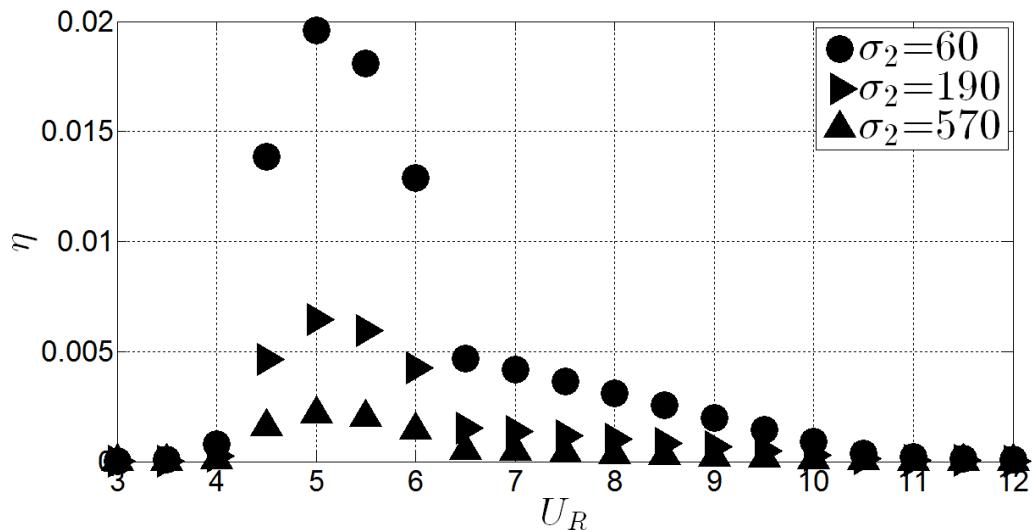


Figura 21: Rendimentos em função de  $\sigma_2$  para  $\sigma_1=0,3$ .

Da figura 21, nota-se que o rendimento aumenta sensivelmente com a diminuição de  $\sigma_2$ , o que está diretamente relacionado à diminuição da amplitude de oscilação sob as mesmas circunstâncias. Isso indica que a frequência natural do sistema, assim como os valores dos parâmetros elétricos, influenciam de maneira significativa na coleta de energia por meio de materiais piezoelétricos.

A Figura 22 mostra a potência elétrica coletada, em Watts, quando  $\sigma_1 = 0,3$ . Observa-se que os picos de potência ocorrem para  $U_R = 5,5$ , diferentemente dos picos de rendimento. Esta diferença ocorre, pois, apesar da relação direta entre potência e rendimento, este é inversamente proporcional à velocidade reduzida ao cubo.

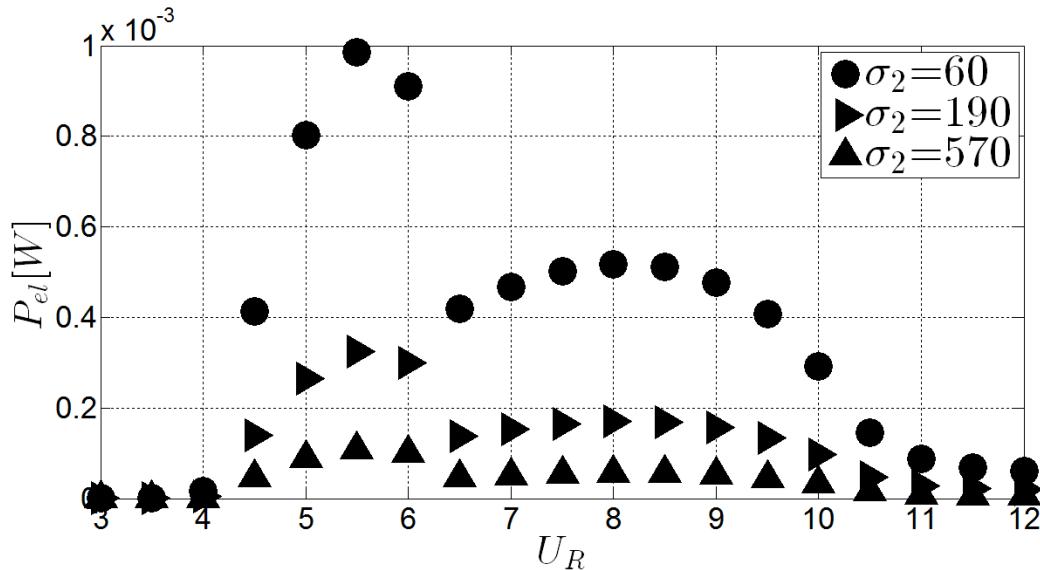
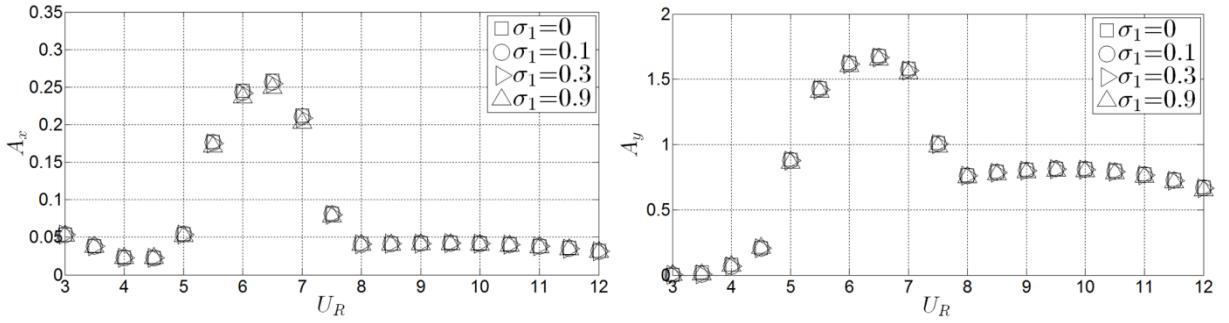


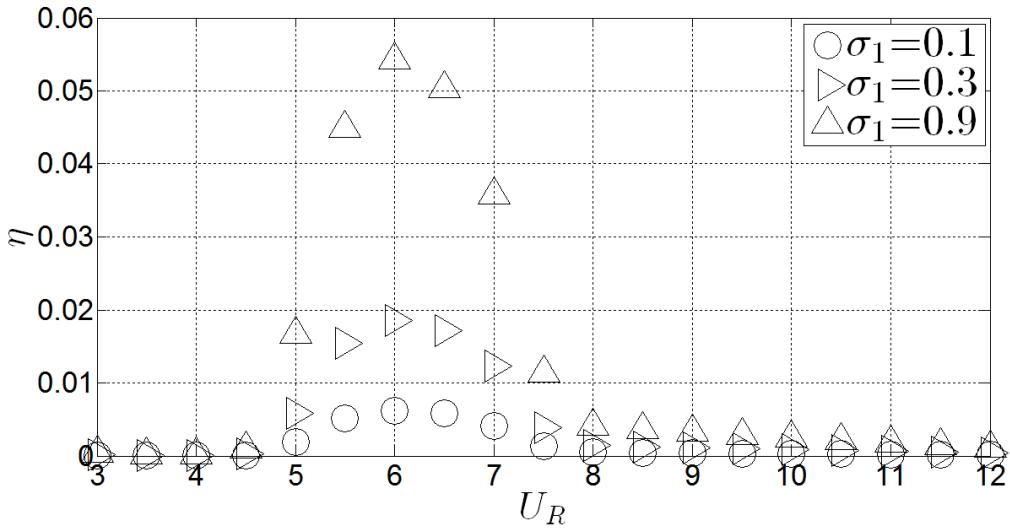
Figura 22: Potência elétrica em função de  $\sigma_2$  para  $\sigma_1 = 0,3$ .

#### 4.2 Coleta piezoelétrica com 2GL

Novamente, primeiro foi estudado como as amplitudes de oscilação e o rendimento são afetados pelos parâmetros  $\sigma_1$  e  $\sigma_2$ . Para todas as simulações desta Seção, as frequências naturais, amortecimentos estruturais e parâmetros piezoelétrico foram considerados iguais nas duas direções, a menos dos casos em que o parâmetro  $f^*$  é explicitamente diferente de 1. Os valores dos parâmetros utilizados são apresentados na Tabela 5.



**Figura 23:** Amplitudes em função de  $\sigma_1$  para  $\sigma_2=190$ .



**Figura 24:** Rendimentos em função de  $\sigma_1$  para  $\sigma_2=190$ .

Pode-se ver da Figura 23 que, assim como no caso de um grau de liberdade, quase não há mudança no comportamento da amplitude de oscilação com a variação de  $\sigma_1$  para  $\sigma_2 = 190$ . No entanto, comparando-se os rendimentos máximos apresentados na Figura 24, observa-se que, quando  $\sigma_1 = 0.9$ , o rendimento é cerca de 9 vezes maior em relação ao caso de  $\sigma_1 = 0.1$ . Para o caso de 1GL, a discrepância observada foi de um rendimento em torno de 4 vezes maior. Esta diferença é um indício de que variações iguais nos parâmetros do sistema causam efeitos maiores no caso de 2GL. Ressalta-se que o rendimento considerado, assim como a potência elétrica, é a soma das contribuições nas direções paralela e transversal à correnteza.

A Figura 25 mostra que, assim como no caso de 1GL, a variação de  $\sigma_2$  não altera as amplitudes de oscilação, apesar de alterar o rendimento do sistema. A Figura 26 mostra a considerável alteração no rendimento do sistema causado pela variação do  $\sigma_2$ , enquanto a Figura 27 mostra como varia a potência elétrica.

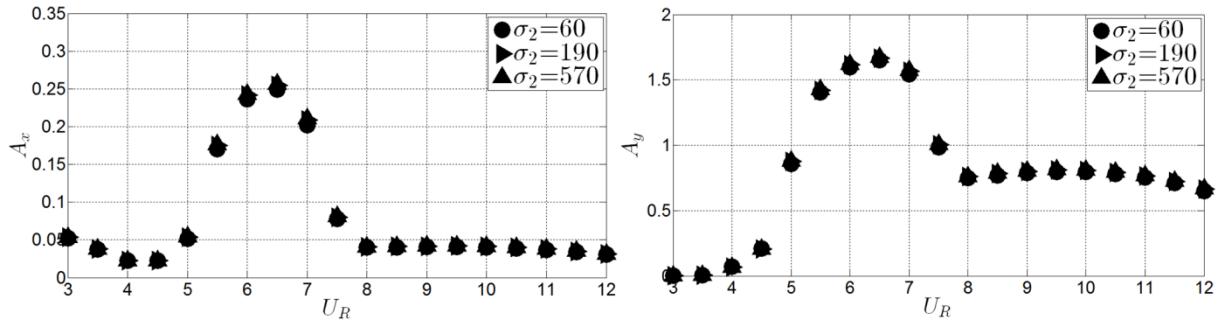


Figura 25: Amplitudes em função de  $\sigma_2$  para  $\sigma_1 = 0,3$ .

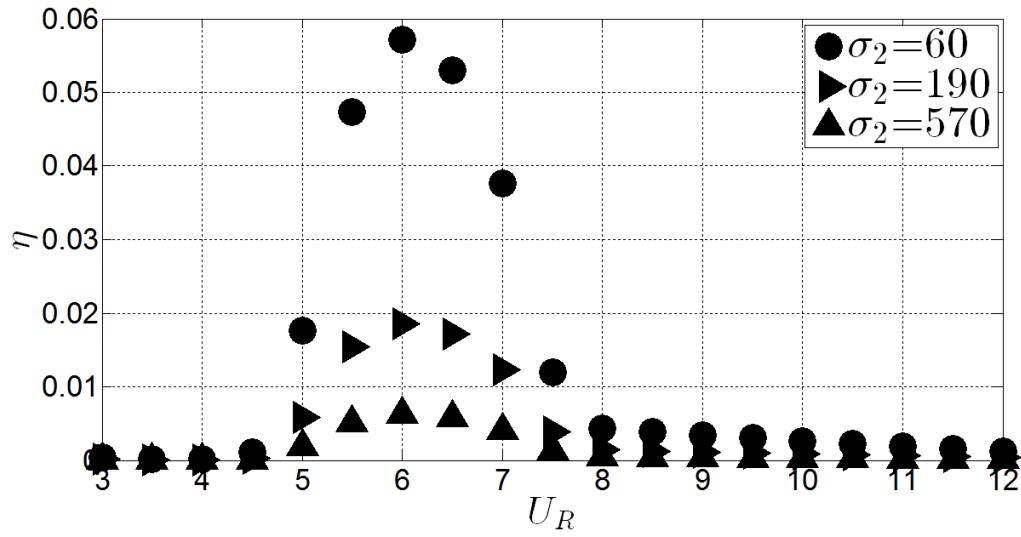


Figura 26: Rendimentos em função de  $\sigma_2$  para  $\sigma_1=0,3$ .

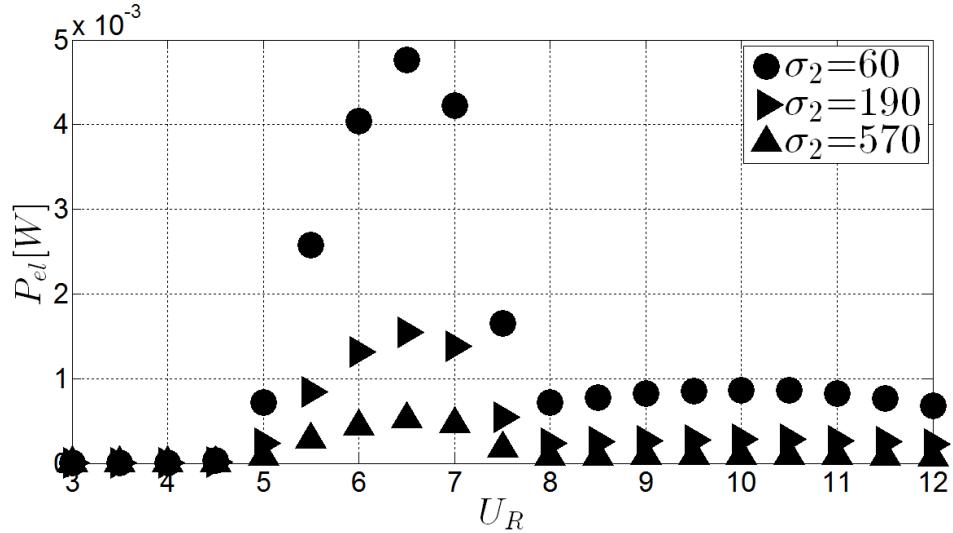


Figura 27: Potências elétricas em função de  $\sigma_2$  para  $\sigma_1 = 0,3$ .

Levando-se em conta os valores de referência  $\sigma_1 = 0,3$  e  $\sigma_2 = 190$ , nota-se que o rendimento máximo do caso de 2GL é cerca de 3,5 vezes maior que o rendimento do caso de 1GL,

enquanto a máxima potência supera em quase 6 vezes. A fim de se constatar se a potência e rendimento são maiores no caso de 2GL somente devido à coleta de energia em uma direção adicional, foram geradas as Figuras 28 e 29.

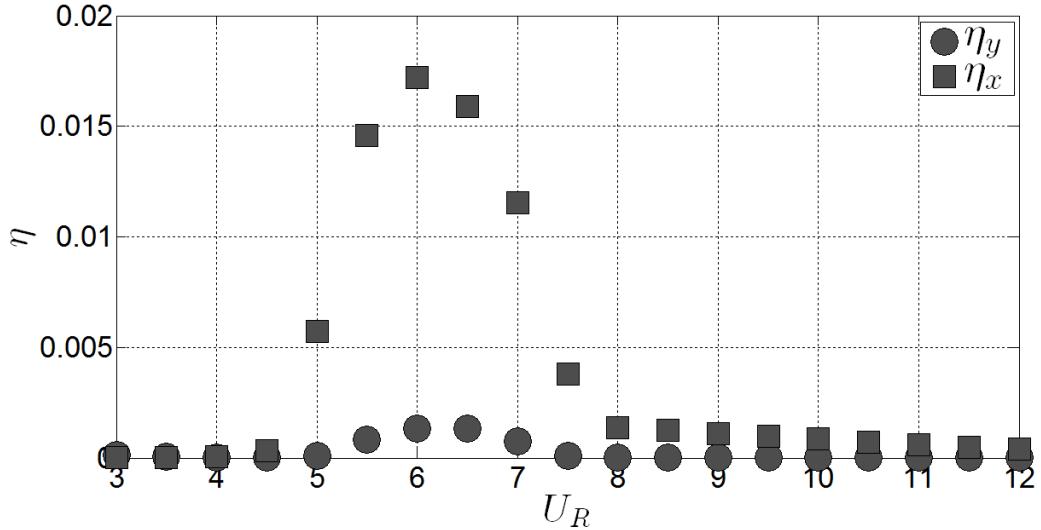


Figura 28: Parcelas em x e y do rendimento para  $\sigma_2 = 190$  e  $\sigma_1 = 0,3$ .

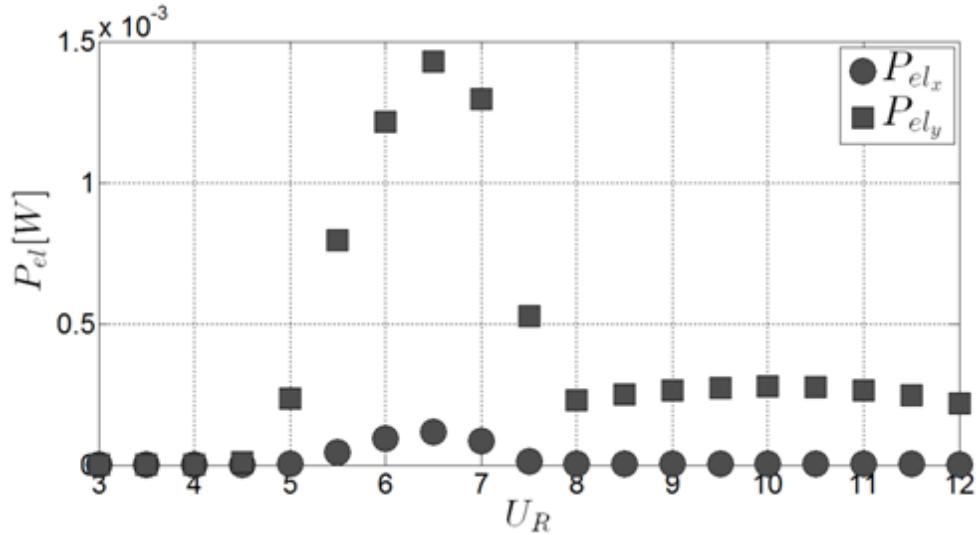
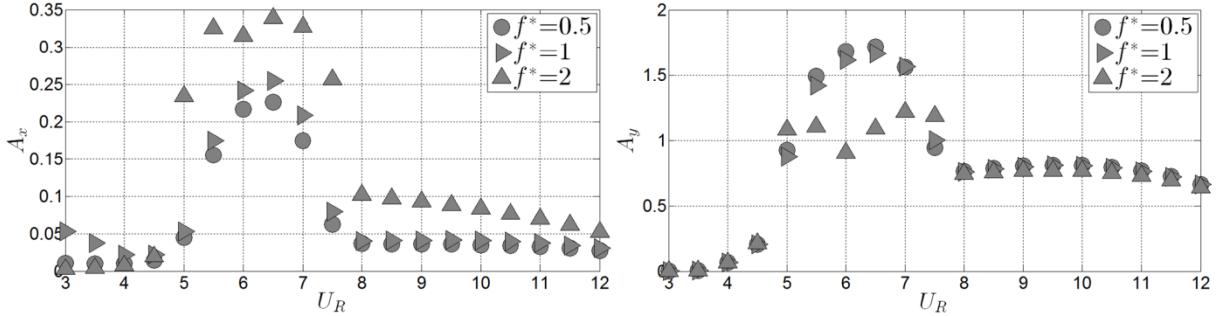


Figura 29: Parcelas em x e y da potência elétrica para  $\sigma_2 = 190$  e  $\sigma_1 = 0,3$ .

Das Figuras, nota-se que tanto o rendimento como a potência na direção x são em torno de 10 vezes menores do que suas parcelas na direção y. Portanto, a diferença observada entre os casos de 1GL e 2 GL não se devem, em sua maior parte, à contribuição direta da oscilação na direção x. Ou seja, a maior contribuição do segundo grau de liberdade ocorre devido ao aumento de potência coletada na direção y.

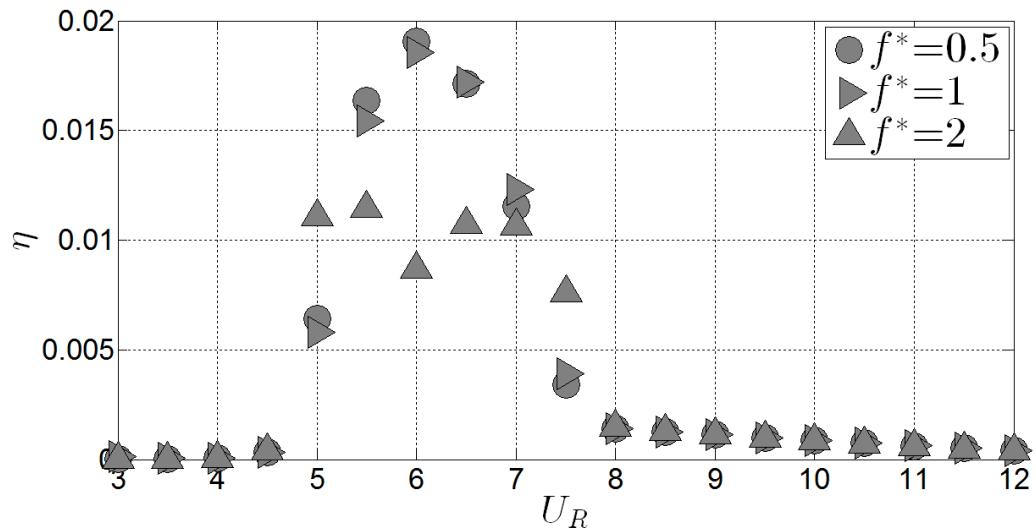
Por fim, estudou-se a influência do parâmetro  $f^* = f_x/f_y$  na coleta de energia. Para gerar as Figuras 30 a 32 manteve-se a frequência natural na direção y e alterou-se  $f_x$ . A Figura 30 mostra que o aumento do  $f^*$  gera efeitos inversos nas oscilações em cada direção. Na direção

x, a oscilação tem sua amplitude aumentada, enquanto que, na sua ortogonal, a oscilação é mitigada.



**Figura 30:** Amplitudes em x e y em função de  $f^*$  para  $\sigma_2 = 190$  e  $\sigma_1 = 0,3$ .

A Figura 31 mostra que o rendimento máximo é maior quando  $f^* = 0,5$ , que é relativamente próximo ao rendimento para  $f^* = 1$ . Os pontos referentes a  $f^* = 2$  ficam, no geral, consideravelmente abaixo dos demais casos. Em termos de potência elétrica, novamente os casos referentes a  $f^* = 0,5$  e  $f^* = 1$  apresentam resultados muito próximos, tendo, inclusive, a mesma potência máxima. A Figura 32 também mostra que o caso referente a  $f^* = 2$  apresenta, no geral, potência coletada abaixo dos demais casos.



**Figura 31:** Rendimentos em função de  $f^*$  para  $\sigma_2 = 190$  e  $\sigma_1 = 0,3$ .

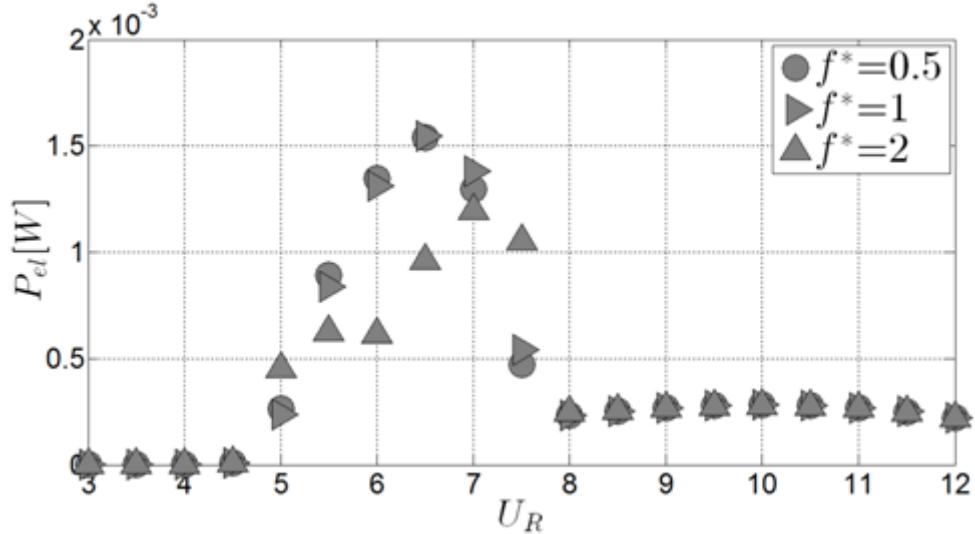


Figura 32: Potências elétricas em função de  $f^*$  para  $\sigma_2 = 190$  e  $\sigma_1 = 0,3$ .

### 4.3 Coleta magnética com 1GL

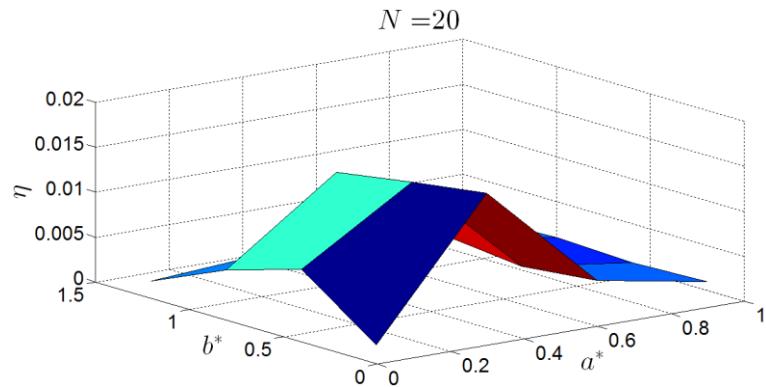
Assim como nas simulações envolvendo piezoelectricidade, foram utilizados para o caso magnético os dados da Tabela 5, o que significa que o cilindro considerado e sua fixação são idênticos nos dois casos. Para a coleta magnética, existem muitos parâmetros geométricos que podem ser modificados mantendo-se a mesma geometria e fixação do cilindro. Isto implica em uma vasta gama de variáveis capazes de afetar o rendimento do sistema.

Além dos parâmetros da Tabela 5, outros parâmetros também foram fixados para as simulações a seguir. Parâmetros como o diâmetro do fio da bobina, sua resistência elétrica e o momento de dipolo magnético foram extraídos do trabalho de Donoso, Ladera e Martín (2010) e são dados pela Tabela 8. O comprimento do cilindro foi calculado de acordo com o diâmetro e razão de aspecto utilizados por Franzini (2013).

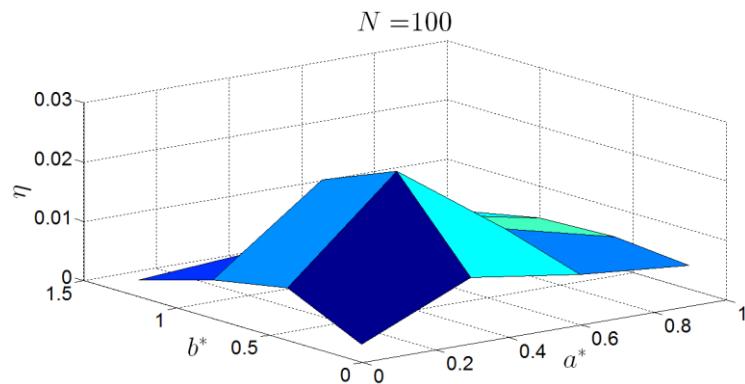
Tabela 8: Parâmetros fixos para simulações da coleta magnética.

Parâmetros	Unidade	Valores
$d_f$	mm	1,15
$\mu_m$	$Tm^3$	$3,208 \times 10^{-7}$
$R$	$\Omega$	0.05
$L_c$	m	0,6668

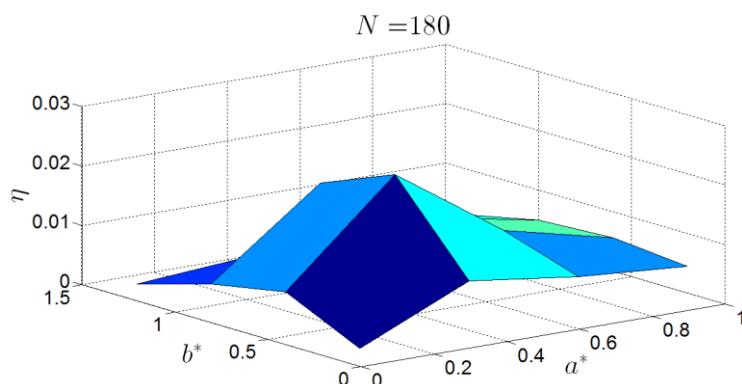
Fora os parâmetros fixados, e considerando que o comprimento da bobina pode ser aproximado pelo diâmetro do fio multiplicado pela quantidade de espiras, ainda restam os valores do diâmetro da bobina  $a$ , a quantidade de espiras  $N$  e a distância da bobina ao cilindro  $b$ , quando este está em repouso. Tendo em vista a grande quantidade de variáveis, foram gerados gráficos tridimensionais que permitem visualizar o rendimento máximo, considerando um intervalo de velocidade reduzida entre 4 e 8, para cada conjunto de  $a^*$ ,  $b^*$  e  $N$ . As Figuras 33 a 36 mostram a superfície de rendimento máximo para diferentes números de espiras.



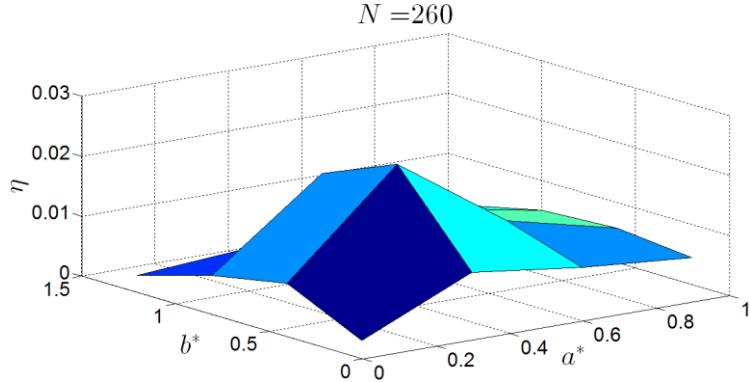
**Figura 33:** Rendimento em função de  $a^*$  e  $b^*$  para  $N=20$ .



**Figura 34:** Rendimento em função de  $a^*$  e  $b^*$  para  $N=100$ .

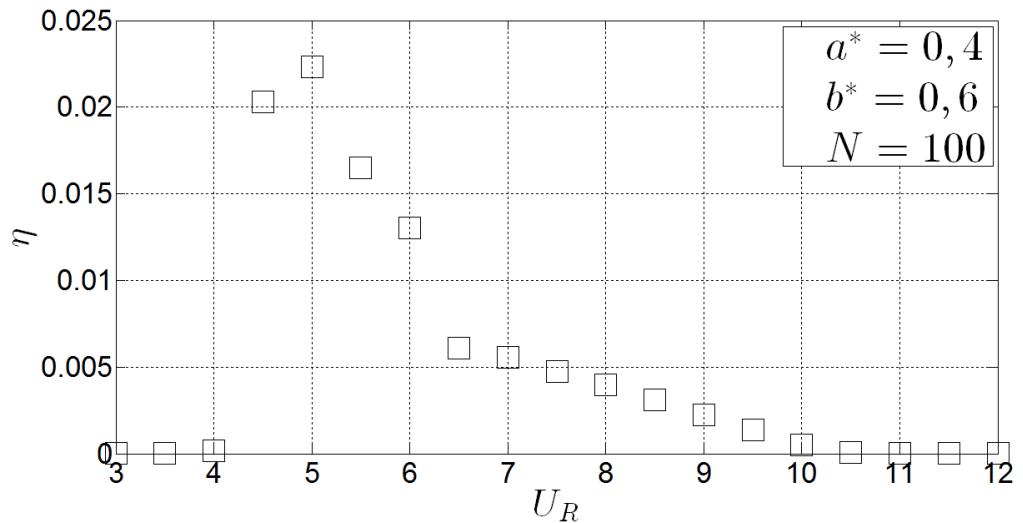


**Figura 35:** Rendimento em função de  $a^*$  e  $b^*$  para  $N=180$ .

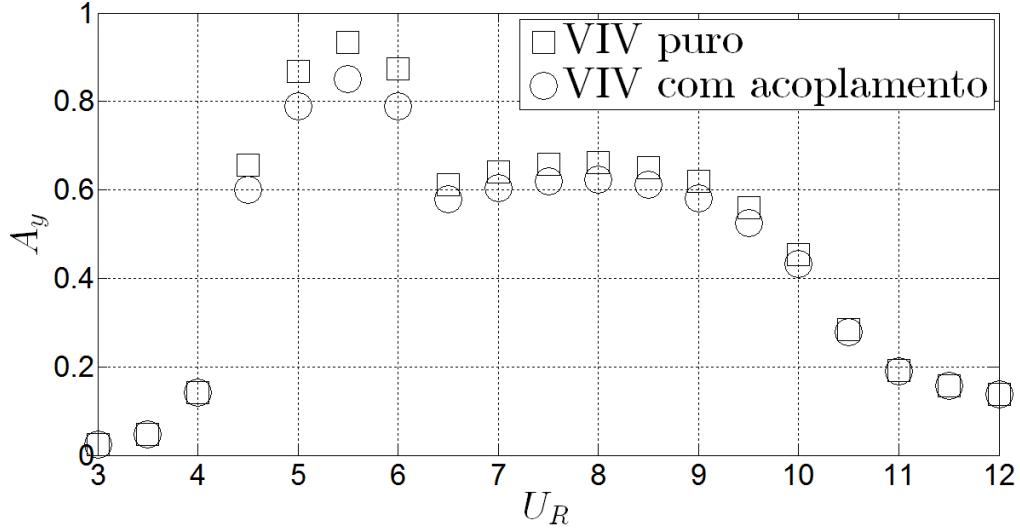


**Figura 36:** Rendimento em função de  $a^*$  e  $b^*$  para  $N=260$ .

Nota-se que o rendimento máximo para 20 espiras ocorre para  $a^* = 0,4$ ,  $b^* = 0,2$  e atinge o valor 0,015. A partir de 100 espiras, a superfície de rendimento se mantém praticamente inalterada, qualquer que seja  $N$ . Nestes casos, o rendimento máximo ocorre para  $a^* = 0,4$ ,  $b^* = 0,6$  e atinge o valor 0,0223, como pode ser visto na Figura 37. A Figura 38 mostra o comportamento da amplitude de oscilação para o caso de maior rendimento, considerando  $N = 100$ , e compara com a amplitude dada pelo modelo de VIV puro. Nota-se que a amplitude de oscilação é levemente reduzida pelo efeito magnético.

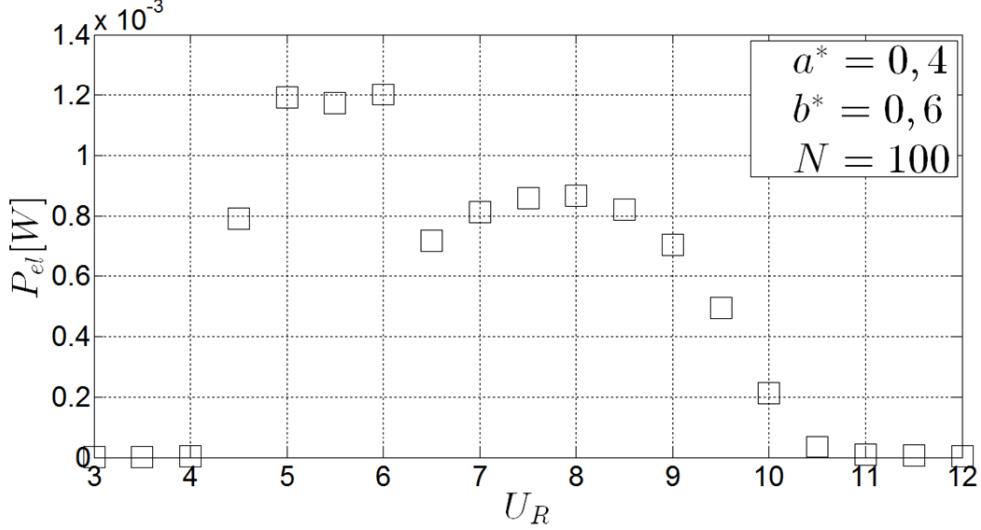


**Figura 37:** Rendimento máximo do caso magnético em função da velocidade reduzida.



**Figura 38:** Comparação das amplitudes de oscilação entre o VIV puro e o caso de máximo rendimento com acoplamento magnético ( $a^* = 0,4$  e  $b^* = 0,6$  para  $N=100$ ).

A Figura 37 mostra que, assim como ocorre na coleta piezoelétrica, o máximo rendimento ocorre para a velocidade reduzida  $U_R = 5$ , que é diferente da velocidade reduzida  $U_R = 5,5$  em que ocorre a máxima amplitude de oscilação. A máxima potência coletada de  $1,2\text{ mW}$  ocorre para  $U_R = 6$ , como pode ser visto na Figura 39.



**Figura 39:** Potência elétrica do caso de maior rendimento em função da velocidade reduzida.

A fim de se analisar a influência dos parâmetros  $a^*$  e  $b^*$  sobre a amplitude de oscilação, as Figuras 40 e 41 mostram a amplitude em função destes parâmetros considerando  $N = 100$ . Na Figura 40, pode-se observar que o aumento do diâmetro da bobina aumenta a amplitude de oscilação do cilindro. Efeito semelhante ocorre na Figura 41, com o aumento da distância entre a bobina e o ímã. Em ambos os casos, a diminuição da amplitude de oscilação ocorre devido ao aumento da força magnética aplicada ao ímã. Para os parâmetros testados, tanto a

redução do diâmetro da bobina como a diminuição da distância entre bobina e ímã aumentam a intensidade da interação magnética entre bobina e ímã, elevando a resistência ao movimento.

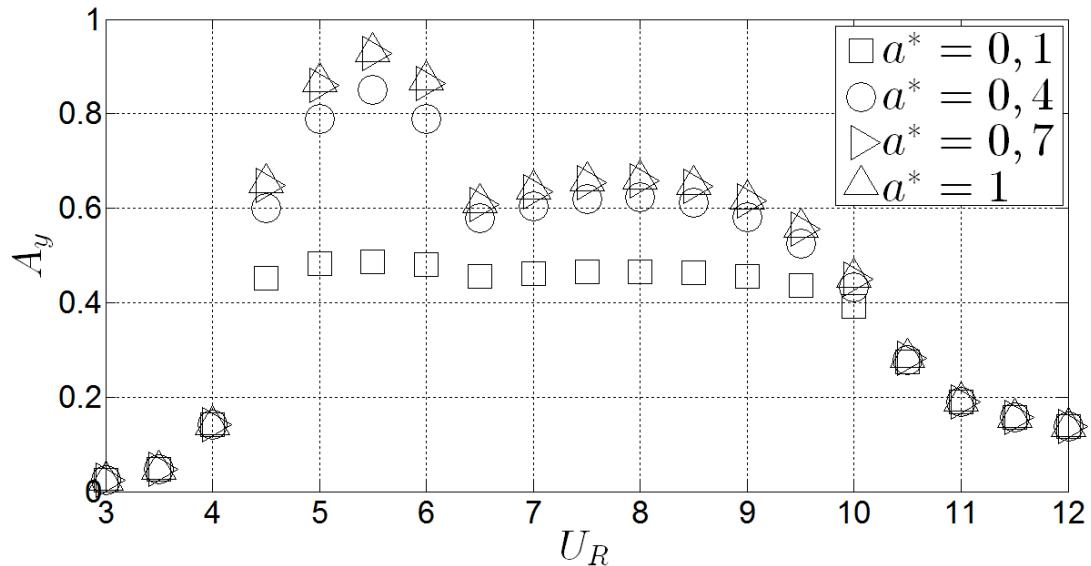


Figura 40: Amplitudes em função de  $a^*$  para  $b^* = 0, 6$  e  $N = 100$ .

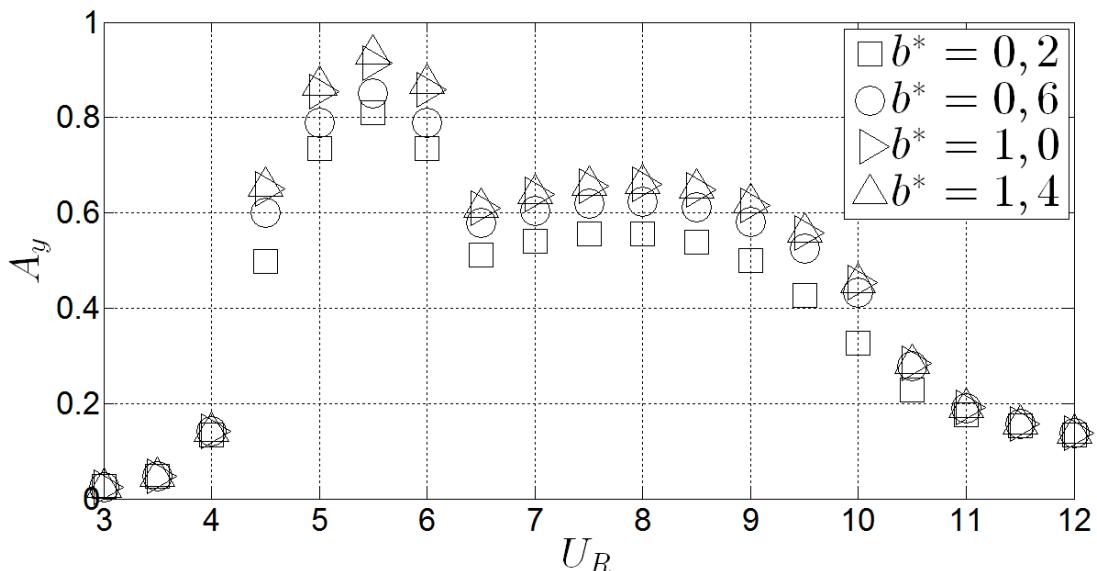
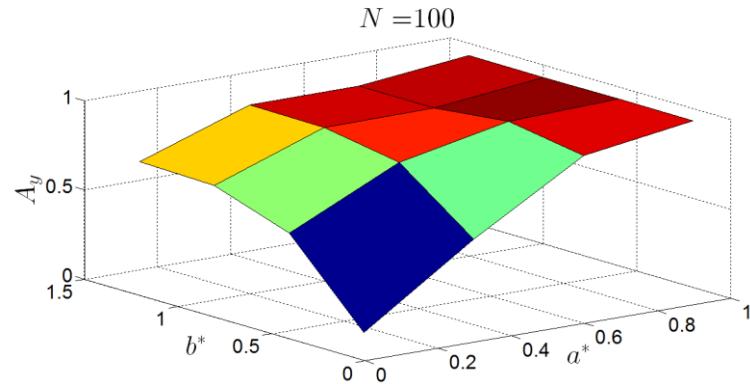
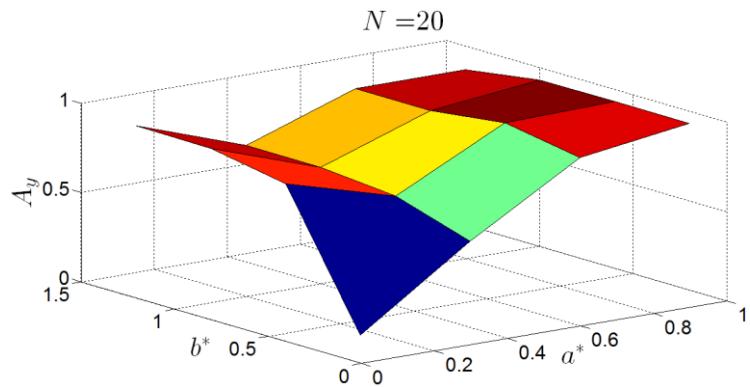


Figura 41: Amplitudes em função de  $b^*$  para  $a^* = 0, 4$  e  $N=100$ .

As Figuras 42 e 43 reafirmam as conclusões tiradas das Figuras 40 e 41. No entanto, percebe-se que, dependendo dos parâmetros empregados, a amplitude de oscilação varia seu comportamento com relação aos parâmetros  $a^*$  e  $b^*$ . Ou seja, as conclusões formuladas a partir das Figuras 40 e 41 não podem ser generalizadas para quaisquer valores de  $a^*$  e  $b^*$ .



**Figura 42:** Amplitude máxima de oscilação em função de  $a^*$  e  $b^*$  para  $N=100$ .



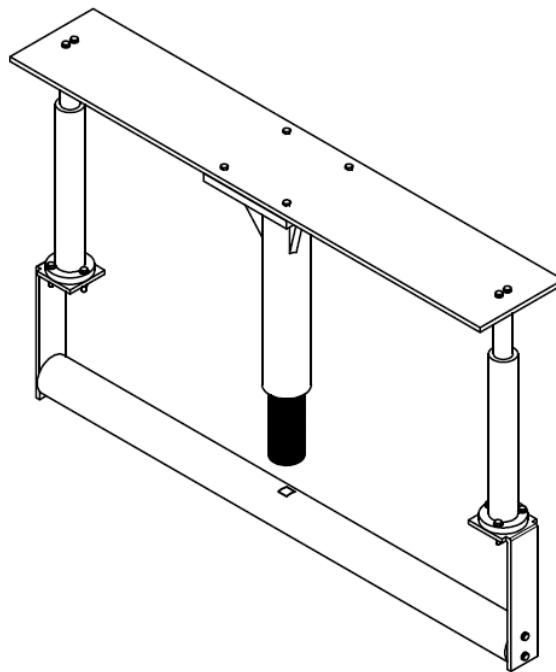
**Figura 43:** Amplitude máxima de oscilação em função de  $a^*$  e  $b^*$  para  $N=20$ .

## 5 PROJETO CONCEITUAL

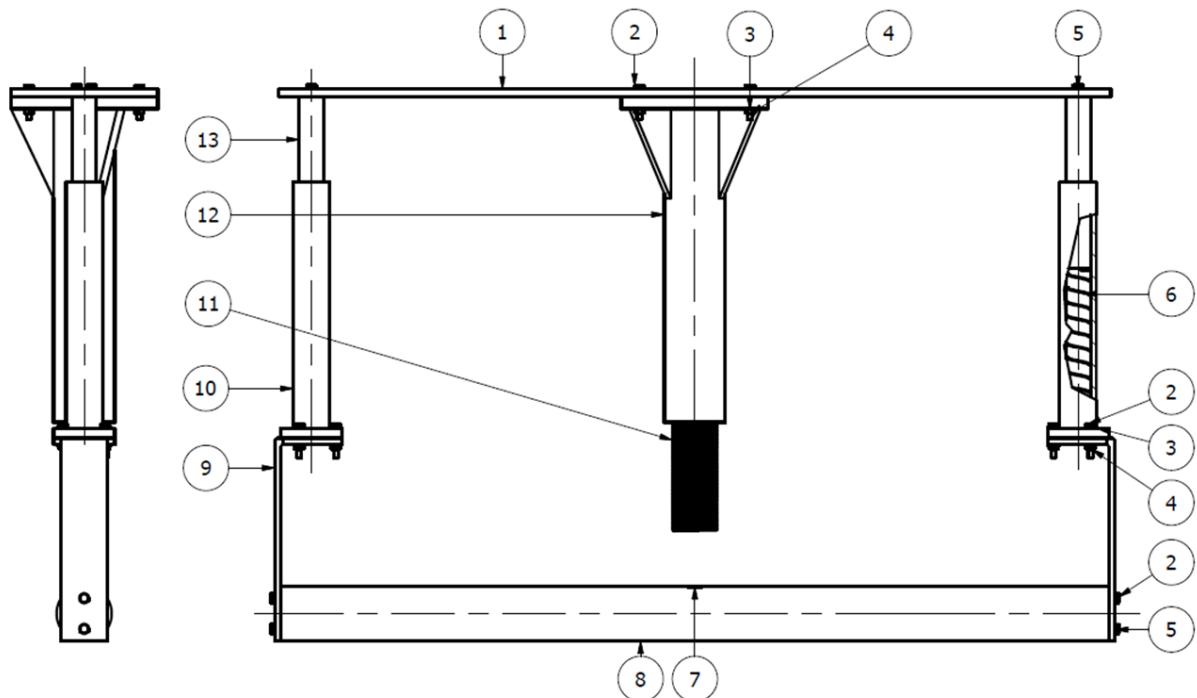
Neste capítulo, é apresentado um projeto conceitual de um dispositivo capaz de coletar energia a partir do VIV. Apesar da coleta utilizando-se materiais piezoelétricos ter apresentado rendimentos mais altos para as configurações consideradas nos capítulos anteriores, o projeto foi desenvolvido com base na coleta de energia utilizando-se eletromagnetismo.

Esta escolha se deu tanto pela maior facilidade de projeto e construção do dispositivo magnético, como pela maior certeza de que os rendimentos observados nas simulações podem ser atingidos. Como foi discutido, as simulações com acoplamento piezoelétrico foram realizadas variando-se parâmetros cujas faixas de valores reais não são facilmente encontradas. Já os parâmetros variados nas simulações com acoplamento magnético são geométricos e podem ter seus limites reais facilmente estimados.

A Figura 44 apresenta uma vista isométrica do dispositivo projetado e a Figura 45 mostra as vistas frontal e lateral do dispositivo, com todas as peças identificadas.



**Figura 44:** Vista isométrica do dispositivo.



**Figura 45:** Vistas frontal e lateral do dispositivo.

A Tabela 9, que se baseia na numeração da Figura 45, descreve brevemente cada peça e informa o material.

**Tabela 9: Lista de peças do dispositivo.**

Item	Quantidade	Peça	Material
1	1	Base	Alumínio
2	18	Parafuso M4x25	Aço INOX
3	16	Arruela ISO 7089-4-140 HV	Aço INOX
4	10	Porca ISSO 4032 M4	Aço INOX
5	8	Arruela de pressão	Aço INOX
6	2	Mola	Aço
7	1	Ímã	Neodímio
8	1	Cilindro	Politetrafluoretileno (PTFE)
9	2	Suporte do cilindro	Alumínio
10	2	Tubo externo	Náilon
11	1	Bobina	Cobre
12	1	Suporte da bobina	Náilon
13	2	Tubo guia	Náilon

O projeto foi desenvolvido baseando-se em um cilindro de 45mm de diâmetro e 675mm de comprimento, sendo estas dimensões praticamente idênticas às do cilindro simulado. As características da bobina foram determinadas de acordo com a configuração de máximo rendimento encontrada na Figura 34.

Utilizou-se uma bobina de cobre 115 mm de comprimento e 17,8 mm de diâmetro, constituída por fio de cobre com 1,15 mm de diâmetro. Porém, a distância da bobina até o ímã, engastado no centro do cilindro e rente à superfície, é 45 mm. Este valor corresponde ao adimensional  $b^* = 1$ , enquanto o rendimento máximo se dá para  $b^* = 0,6$ .

Este desvio da configuração de máximo rendimento foi realizado porque o cilindro colidiria com a bobina ao oscilar utilizando-se  $b^* = 1$ . Outra possibilidade seria manter  $b^* = 0,6$  e permitir que o ímã fosse fixado no cilindro de maneira a ficar protuberante, permitindo sua entrada na bobina sem que houvesse colisão. Esta solução não foi inicialmente utilizada, pois altera a geometria do cilindro, podendo desestabilizar a emissão de vórtices e diminuir o rendimento. Testes experimentais com as duas configurações consideradas podem ser conduzidos para decidir qual é mais vantajosa.

Todos os materiais escolhidos possuem boa resistência à corrosão, permitindo que o dispositivo opere em ambientes agressivos. Além disso, as peças 10 e 13, que possuem movimento relativo, são feitas de náilon para que o movimento ocorra com baixo atrito.

## 6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Os modelos fenomenológicos desenvolvidos por Ogink e Metrikine (2010) e Zanganeh e Srinil (2014) foram desenvolvidos para representar apenas o VIV puro em um cilindro com um e dois graus de liberdade, respectivamente. O trabalho de Mehmood et al (2013), por sua vez, aborda a coleta piezoelétrica de energia do VIV, mas utiliza uma ferramenta de dinâmica computacional de fluidos para simular o comportamento do escoamento. Por fim, o modelo utilizado no trabalho de Donoso, Ladera e Martín (2010), que permite calcular a energia coletada magneticamente, foi originalmente aplicado fora do contexto de interação fluido-estrutura.

Portanto, dentre as principais contribuições fornecidas por esta investigação, estão os três modelos formulados para o estudo das coletas piezoelétricas (1GL e 2GL) e magnética. Embora os três modelos tenham sido constituídos com base em outros pré-existentes, os modelos piezoelétricos foram desenvolvidos em conjunto neste trabalho e no trabalho de Franzini e Bunzel (2017), enquanto o modelo magnético é inédito na Literatura.

Além dos modelos utilizados, foram apresentadas análises paramétricas nos três casos estudados de coleta de energia. Observou-se que o quanto maior for o rendimento do sistema, mais sua amplitude de oscilação é reduzida. Este fato decorre basicamente da transferência de energia cinética para energia elétrica que ocorre.

No caso piezoelétrico, observou-se que tanto o rendimento da coleta de energia quanto a oscilação transversal do cilindro são maiores para o caso de dois graus de liberdade, em relação ao caso de um grau de liberdade. É importante notar que este aumento de rendimento ocorre ainda que a energia continue sendo coletada apenas do movimento transversal do cilindro.

Também foi observado que, para os valores estudados, o rendimento da coleta piezoelétrica pode ser aumentado diminuindo o parâmetro  $f^*$ , elevando-se o valor de  $\sigma_1$  ou reduzindo-se o valor de  $\sigma_2$ . Tendo isso em vista, uma próxima etapa para este estudo seria averiguar a quais limites estão submetidos estes parâmetros em um sistema real.

Para o caso magnético, as variáveis estudadas foram parâmetros geométricos. Dessa forma, os limites físicos de tais variáveis são facilmente estimados. Foram encontrados os valores

ótimos para o raio da bobina e sua distância até o ímã adimensionalizados pelo diâmetro do cilindro, além do número de espiras.

Considerando-se as configurações de referência para os casos piezoelétricos, o máximo rendimento encontrado para 1GL foi 0,006, para 2GL foi 0,019 e para o caso magnético foi de 0,022. Se forem consideradas outras configurações simuladas, a coleta de energia piezoelétrica com 2GL se mostra mais eficiente que as demais. No entanto, é importante ressaltar que seria de grande interesse a realização de um estudo futuro a fim de verificar os limites reais dos parâmetros piezoelétricos utilizados no modelo, o que permitiria verificar a consistência de tais resultados.

Por fim, foi apresentado um projeto conceitual de um dispositivo capaz de coletar energia utilizando-se o efeito eletromagnético. O projeto foi concebido baseando-se em um cilindro sujeito a VIV com um grau de liberdade. Os materiais foram escolhidos com base na funcionalidade de cada peça e também na resistência à corrosão, enquanto as dimensões foram escolhidas de modo a ficarem mais próximas possível da configuração ótima determinada pelas simulações numéricas.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- AKCABAY, D. T.; YOUNG, Y. L. **Hydroelastic response and energy harvesting potential of flexible piezoelectric beams in viscous flow.** *Physics of Fluids*, v. 24, p. 054106-1-054106-19, 2012.
- ALLEN, J. J.; SMITS, A. J. **Energy harvesting Eel.** *Journal of Fluids and Structures*, v. 15, p. 629-640, 2001.
- BERNITSAS, M. M.; RAGHAVAN, K.; BEN-SIMON, Y.; GARCIA, E. M. **VIVACE (Vortex Induced Vibration Aquatic Clean Energy): A new concept in generation of clean and renewable energy from fluid flow.** *International Conference on Offshore Mechanics and Arctic Engineering*, 2006.
- BLEVINS, R. **Flow-Induced Vibration.** Malabar, Florida: Krieger, 1990.
- BUNZEL, L. O.; FRANZINI, G. R. **Numerical studies on piezoelectric energy harvesting from vortex-induced vibrations considering cross-wise and in-line oscillations.** *European Nonlinear Dynamics Conference*, 2017.
- CARMO, B. S. **Estudo numérico do escoamento ao redor de cilindros alinhados.** Dissertação (Mestrado) - Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, 2005.
- COTTONE, F. **Nonlinear Piezoelectric Generators for Vibration Energy Harvesting.** Universita' Degli Studi Di Perugia, Dottorato Di Ricerca In Fisica, XX Ciclo, 2007.
- DONOSO, G.; LADERA, C. L.; MARTÍN, P. **Magnetically coupled magnet-spring oscillators.** *European Journal of Physics*. v. 31, p. 433-452, 2010.
- FACCHINETTI, M. L.; de LANGRE, E.; BIOLLEY, F. **Coupling of structure and wake oscillators in vortex-induced vibrations, Journal of Fluids and Structures.** v. 19, p. 123-140, 2004.
- FRANZINI, G. R. **Investigação experimental do escoamento ao redor de cilindros inclinados, sujeitos a condições de contorno assimétricas nas extremidades.** Tese (doutorado) - Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, 2013.
- JAUVITS, N.; WILLIAMSON, C. H. K. **The effect of two degree of freedom on vortex-induced vibration at low mass and damping.** *Journal of Fluid Mechanics*, v. 509, p. 23-62. 2004.
- MEHMOOD, A.; ABDELKEFI, A.; HAJJ, A. A.; NAYFEH, A. H.; AKTHAR, I.; NUHAIT, A. O. **Piezoelectric energy harvesting from vortex-induced vibrations of circular cylinder.** *Journal of Sound and Vibration*, v. 332, p. 4656-4667, 2013.
- MICHELIN, S.; DOARE, O. **Energy harvesting efficiency of piezoelectric flags in axial flows.** *Journal of Fluid Mechanics*, v. 714, p. 489-504, 2013.

MINETO, A. T. **Geração de energia através de vibração estrutural de dispositivos piezelétricos não lineares.** Tese (Doutorado) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, 2013.

NISHI, Y.; UENO, Y.; MIYAMOTO, T. **Energy harvesting using wake-induced vibration: experiment in a circulating water channel.** The Twenty-fifth International Ocean and Polar Engineering Conference, 2015.

OGINK, R. H. M.; METRIKINE A. V. **A wake oscillator with frequency dependent coupling for the modeling of vortex-induced vibration.** *Journal of Sound and Vibration.* v. 329, p. 5452-5473, 2010.

PARRA, P. e ARANHA, J. A. P. **Vibrações Induzidas por Emissão de Vórtices:** Modelo Fenomenológico e Experimentos. Departamento de Engenharia Naval e Oceânica da EPUSP, 1996.

PRIYA, S., INMAN, D.J. **Energy Harvesting Technologies.** Springer Science Business Media, LLC, 2009.

ROCHA, R. T. **Comportamento dinâmico não-linear em fenômenos de colheita de energia usando dispositivos baseados em materiais piezoeletricos em estruturas aporticadas.** Dissertação (Mestrado) - Faculdade de Engenharia de Bauru – UNESP, 2014.

SEARS, ZEMANSKY. **Física II.** 12 Edição, Pearson, 2009.

SOTI, A. K.; THOMPSON, C.; SHERIDAN, J.; BHARDWAJ, R. **Harnessing electrical power from vortex-induced vibration of a circular cylinder.** *Journal of Fluid and Structures,* v. 70, p. 360-373, 2017.

WANG D. CHIU C.; PHAM, H. **Electromagnetic energy harvesting from vibrations induced by Kármán vortex.** Mechatronics, v. 22, p. 746-756, 2012.

ZANGANEH, H; SRINIL, N. **Characterization on variable hydrodynamic coefficients and maximum responses in two-dimensional vortex-Induced vibrations with dual resonances.** *Journal of Vibration and Acoustics,* v. 136, 2014.